LS EL Alia		AS : 2014/2015
Prof: Tlich Ahmed	Devoir de synthèse n°1 (Bac Science1 et 2)	Durée: 2h

Exercice n°1 : (3 points)

Choisir la lettre qui correspond à l'unique bonne réponse et sans justification

Soit la fonctions f définie sur $]-1,1[$ par $f(x)=\sqrt{1-x^2}$ et la fonction g définie sur $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$ par $g(x)=\sin x$

1) a) $f'(x)=\frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$ b) $f'(x)=\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ c) $f'(x)=\frac{-2x}{\sqrt{1-x^2}}$

2) la fonction fog est dérivable sur : a) $]-1,1[$ b) $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$ c) $\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$

3) a) $(fog)'(x)=-\frac{Sinx}{Cosx}$ b) $(fog)'(x)=Sinx$ c) $(fog)'(x)=-Sinx$

Exercice n°2 : (4 points)

L'espace est munie d'un repère orthonormé $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

On considère les points A(1,1,2) , B(1,-1,-2) ,C(2,-1,3) et D(2,2,2).

1) a) Calculer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ puis déduire que A, B et Cne sont pas alignés.
   b) Calculer d(C,(AB)) la distance du point C à la droite (AB).
   c) Vérifier que AC= d(C,(AB) puis déduire la nature du triangle ABC.
   d) Déterminer l'aire du triangle ABC.
2) a) Vérifier que les points A, B, C et D ne sont pas coplanaires.
   b) Déterminer le volume du tétraèdre ABCD.
3) Soit H le projeté orthogonal de D sur le plan (ABC).calculer DH.

Exercice n°3 :(7 points)

Soit la fonction f définie sur $[0,+\infty[$ par $f(x)=3-\sqrt{x}$

1) a) Etudier la dérivabilité de f à droite de 0 et interpréter graphiquement le résultat.
   b) Dresser le tableau de variation de f.
2) a) Montrer que f réalise une bijection de $[0,+\infty[$ dans un intervalle J que l'on déterminera.
   b) Graphiquement, justifier que f^{-1} est dérivable à gauche de 3.
   c) Montrer que f^{-1} est dérivable sur $]-\infty,3[$ puis dresser son tableau de variation.
   d) Calculer $(f^{-1})'(1)$
   e) Expliciter $f^{-1}(x)$.

3) On donne dans l'annexe la courbe représentative de la fonction f .construire dans le même repère la courbe de f^{-1}.

4) Montrer que l'équation $f(x)=x$ admet dans $[1,2]$ une unique solution α .

5) Soit la suite définie sur IN par : $U_0=1$ et $U_{n+1}=f(U_n)$.

a) Montrer qua pour tout n on a: $1\leq U_n\leq 4$.

b) Montrer que tout $x\in[1,+\infty[$ on a : $|f'(x)|\leq\frac{1}{2}$

c) Montrer que pour tout n on a : $|U_{n+1}-\alpha|\leq\frac{1}{2}|U_n-\alpha|$ puis déduire que : $|U_n-\alpha|\leq(\frac{1}{2})^n|1-\alpha|$

d) Déduire la limite de (U_n)

<u>Exercice n°4 :</u> (6 points)

1) Ecrire les nombres complexes $\alpha=1+i$ et $b=-\sqrt{2}(1+i\sqrt{3})$ sous forme exponentielles.

2) Soit l'équation (E) : $2z^2-\sqrt{2}(1+i\sqrt{3})z+(-1+i\sqrt{3})=0$

a) Calculer le discriminant Δ de l'équation (E).

b) Vérifier que : $4-4i\sqrt{3}=\left(2(1-i)e^{i\frac{\pi}{12}}\right)^2$ et que $b=-2(1+\mathrm{i})\mathrm{e}^{i\frac{\pi}{12}}$

c) Déterminer les solutions de (E).

3) Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

On considère les points A, B, C et D d'affixes respectifs $z_A=e^{i\frac{\pi}{12}}$, $z_B=ie^{i\frac{\pi}{12}}$ $Z_C=1+i$ et $z_D=z_A+z_B$

a) Ecrire z_D sous forme exponentielle puis placer dans le repère les points C et D.

b) Montrer que le triangle OAB est isocèle et rectangle en O.

c) Déduire que OADB est un carré.

d) Vérifier que A et B appartient au même cercle de centre O dont on précisera son rayon.

e) Construire dans le même repère les points A et B en expliquant votre méthode.

<u>Bon travail</u>

<u>**Annexe de l'exercice n°3**</u>

<u>**Nom et prénom :**</u>...