

DEVOIR DE MAISON N°3 - ANNEE SCOLAIRE : 2014-2015

SECTION : 3^{ème} SCIENCES EXPERIMENTALES

EPREUVE : MATHÉMATIQUES

DURÉE : 3h

COEFFICIENT : 3

“Il est recommandé de soigner la rédaction et la présentation de la copie”

Exercice 1 (3 pts)

Cocher la seule réponse correcte

1) L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. L'équation cartésienne du plan P passant par O et de vecteur normal \vec{K} est :

a) $z = 0$; b) $x + y = 0$; c) $x + y = z$.

2) On lance une pièce de monnaie 5 fois et on note à chaque fois le résultat obtenu. Le nombre des résultats possibles est :

a) 2^5 ; b) 5^2 ; c) $5!$

3) Soit (U_n) la suite définie pour tout entier naturel n par : $U_n = -\left(\frac{2}{3}\right)^n$

a) (U_n) est croissante ; b) (U_n) converge vers 0 ; c) (U_n) est divergente.

Exercice 2 (4 pts)

On donne la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} U_0 = \frac{1}{2} \\ U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n - 1 \end{cases}$$

1) a) Calculer u_1 et u_2 .

b) Dédire que la suite U_n n'est ni arithmétique ni géométrique .

2) Montrer par récurrence que $-\frac{3}{2} \leq U_n \leq \frac{1}{2}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

3) a) Montrer que U_n est décroissante.

b) Dédire que U_n est convergente.

4) Soit v_n la suite définie par ; $v_n = U_n + \frac{3}{2}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

a) Montrer que v_n est une suite géométrique de raison $\frac{1}{3}$.

b) Calculer v_n en fonction de n puis déduire que : $u_n = 2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^n - \frac{3}{2}$.

c) Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

Exercice 3 (4 pts)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On donne les points $A(2,0,1)$, $B(-1,2,0)$ et $C(-4,4,m)$.

1) Montrer que A , B et C sont alignés si et seulement si $m = -1$.

2) Pour $m = 2$ montrer que A , B et C déterminent un plan d'équation $2x + 3y - 4z = 0$.

3) On donne la droite $\Delta : \begin{cases} x = 1 + \alpha \\ y = -2 + \frac{3}{2}\alpha \\ z = 1 \end{cases} ; \alpha \in \mathbb{R}$

a) montrer que Δ est perpendiculaire au plan (ABC)

b) Soit $\{E\} = \Delta \cap (ABC)$ déterminer les coordonnées de E .

4) a) Vérifier que $F(5,4,1)$ est un point de Δ .

b) Donner une représentation paramétrique de la droite Δ' passant par F

et de vecteur directeur $\vec{v} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$.

c) Montrer que $\Delta \perp \Delta'$.

Exercice 4 (5 pts)

Une urne contient 4 boules blanches et 5 boules rouges.

I. On tire simultanément 3 boules de l'urne.

1. Déterminer le nombre de tirages possibles.

2. Combien y a-t-il de tirages comportant 2 boules blanches ?
3. Combien y a-t-il de tirages comportant des boules de même couleur.

II. On tire successivement et sans remise trois boules de l'urne .

1. Déterminer le nombre de tirages possibles .
2. Combien y a-t-il de tirages comportant une seule boule rouge .

III. On met 4 boules numérotées (-1) ; (-1) ; (-1) ;(0) dans un premier sac et 5 boules numérotées (1) ; (1) ;(2) ;(2) ; (2) dans un deuxième sac .On tire une boule de chacun des deux sac ; on note les deux numéros obtenus et on remet chaque boule dans le sac correspondant.

Déterminer le cardinal des ensembles suivants :

A “ La somme des numéros obtenus est inférieure ou égale à 3”.

B “ Obtenir une somme égale à 1 ”

C “ Obtenir une somme supérieure à 3 ”.

Exercice 5 (4 pts)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ et C_f

sa courbe représentative orthogonale (O, \vec{i}, \vec{j})

1. a) Vérifier que f est dérivable sur \mathbb{R} , et que $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$

b) Dresser le tableau de variation de f

2. a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - x$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) + x$

b) En déduire que C_f admet deux asymptotes D et D' dont on déterminera les équations

c) Préciser la position relative de C_f par rapport à D et à D'

3. Tracer D , D' et C_f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .