

Une grande importance sera attachée à la clarté de la rédaction et au soin de la présentation

EXERCICE1 (5pts):

Une Urne contient six boules blanches numérotées -1 , -1 , 0 , 1 , 1 , 1 et quatre boules vertes numérotées -1 , 0 , 1 , 1. Ces boules sont indiscernables au toucher.

1) On tire simultanément trois boules de l'Urne. Calculer la probabilité des événements suivants :

A : « Obtenir trois boules de même couleurs »

B : « obtenir trois boules dont le produit des numéros est nul ».

C : « obtenir trois boules de même couleur ou le produit des numéros est nul ».

D : « obtenir trois boules de deux couleurs ».

2) On tire successivement et sans remise trois boules de l'Urne. Calculer la probabilité des événements suivants :

E : « obtenir exactement deux boules blanches et une seule boule numérotée 1 ».

F : « avoir au moins une boule qui porte le numéro 1 ».

G : « la boule n° - 1 est tirée pour la première fois au deuxième tirage ».

H : « la somme des trois numéros inscrits sur les boules tirées est égal à -1 ».

3) Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On effectue n tirages successifs d'une boule avec remise. Soit K_n l'événement : obtenir au cours de ces n tirages une boule blanche uniquement au dernier tirage. On désigne par P_n la probabilité de K_n .

a) Calculer p_1 , p_2 et p_3 puis montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$; $p_n = \frac{3}{5} \left(\frac{2}{5} \right)^{n-1}$.

b) Soit $S_n = p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n$. Exprimer S_n en fonction de n puis déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

EXERCICE2 (3pts):

1) Résoudre dans \mathbb{N} les équations suivantes : a) $A_n^1 + A_n^2 = 2n + 3$. b) $C_n^2 + C_{n-3}^2 = 11$.

2) Soit $p \in \mathbb{N}$. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on pose $S_n = C_p^p + C_{p+1}^p + C_{p+2}^p + \dots + C_{p+n-1}^p$.

a) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*$; $S_n = C_{p+n}^{p+1}$.

b) En déduire que $\forall n \in \mathbb{N}^*$; $A_p^p + A_{p+1}^p + A_{p+2}^p + \dots + A_{p+n-1}^p = \frac{1}{p+1} A_{p+n}^{p+1}$.

c) Calculer alors : $S = 1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + \dots + 47.48.49$.

