Lycée Houmet Souk	*Devoir de Contrôle N : 3*	*3 Mathématique 2*
Prof : Loukil Mohamed	*Durée : 2 Heures*	*04 - 05 - 2016*

EXERCICE N : 1 (4.5 points)

*Un sac contient quatre jetons blancs numérotés **0 , 0 , 0 , 1** et trois jetons noirs numérotés **– 1 , 0 , 1** et deux jetons verts numérotés **– 1 , 1** .*

1) *On extrait au hasard et simultanément trois jetons du sac .*

Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

A : *«Les trois jetons tirés sont de même couleur » ;* **B :** *« Les trois jetons tirés sont de même numéro »*

$C = A \cup B$; **D :** *« Le plus petit des chiffres obtenus est **0** » .*

2) *Dans cette question , on tire successivement et sans remise trois jetons .*

Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

E : *« Le premier jeton tiré est vert »* ; **F :** *« Avoir un tirage tricolore » .*

3) *Dans cette question on tire deux jetons de la manière suivante :*

On tire un premier jeton, on le remet dans le sac et on ajoute un jeton de la même couleur, puis on tire un second. Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

G : *« Seul le premier jeton tiré est vert »* ; **H :** *« Tirer un seul jeton noir » ;*

K : *« Avoir deux jetons de couleurs différents » .*

EXERCICE N : 2 (6 points)

A) *On considère l'équation **(E)** : $3x - 2y = 1$ où x et y sont des entiers naturels .*

1) *Montrer que : (x , y) est une solution de **(E)** signifie que $3(x - 1) = 2(y - 1)$.*

2) *Déterminer alors l'ensemble des solutions de **(E)** dans IN^2 .*

B) *Soit n un entier naturel .*

1) a) *Vérifier que $(14n + 3 , 21n + 4)$ est une solution de l'équation **(E)** .*

b) *Déduire alors que : $14n + 3$ et $21n + 4$ sont premiers entre eux .*

2) *On pose : $D(n) = (21n + 4 \wedge 2n + 1)$.*

a) *Montrer que $D(n) = 1$ ou $D(n) = 13$.*

b) *Montrer que : $D(n) = 13$ **si et seulement si** 6 est le reste de la division euclidienne de n par 13.*

C) *Pour tout $n \in IN^* \setminus \{1\}$ on donne : $P(n) = 21n^2 - 17n - 4$ et $Q(n) = 28n^3 - 8n^2 - 17n - 3$.*

1) *Vérifier que $Q(n) = (14n + 3)(2n^2 - n - 1)$.*

2) *Prouver que $P(n)$ et $Q(n)$ sont divisibles par $(n - 1)$.*

3) *Soit a , b et c trois entiers naturels non nul tels que $(a \wedge b) = 1$.*

a) *Montrer que tout diviseur d de a ,distinct de 1 , est premier avec b .*

b) *Montrer que $(a \wedge bc) = (a \wedge c)$.*

4) *On note : $\phi(n) = P(n) \wedge Q(n)$, discuter suivant n la valeur de $\phi(n)$.*

EXERCICE N : 3 (3 points)

L'espace (ξ) est rapporté à un repère orthonormé $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On donne les points $A(2, 3, 1)$; $B(1, 2, 0)$ et $C(3, 1, -2)$.

1) Déterminer les réels $\mathbf{a}$ et $\mathbf{b}$ pour que les points A , B et $D(\mathbf{a}, \mathbf{b}, 3)$ soient alignés .

2) a) Soit $M(x, y, z)$ un point de (ξ), montrer que : $M \in (ABC) \Leftrightarrow x - 4y + 3z + 7 = 0$.

b) On donne le point $E(6, 3, 1)$, justifier que $ABCE$ est un tétraèdre .

3) On donne les vecteurs : $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{v} = -\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ et $\vec{w} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$.

a) Montrer que $\beta(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ est une base de $\mathcal{W}$.

b) Calculer : $\vec{u} + \vec{v}$; $\vec{u} + \vec{w}$ et $\vec{v} + \vec{w}$ en fonction de $\vec{i}$, $\vec{j}$ et $\vec{k}$.

c) Déduire les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AC}$ dans la base β .

EXERCICE N : 4 (6.5 points)

A) Soit la fonction f définie sur IR par : $f(x) = 2\sin(2x) - 1$.

On désigne par **(C f)** sa courbe représentative dans le repère orthonormé **R (O , $\vec{i}$, $\vec{j}$)**.(**Unité : 2 cm**)

1) Comparer $f\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ et $f(x)$ puis interpréter le résultat obtenu .

2) Prouver qu'il suffit d'étudier f sur l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{4} ; \frac{\pi}{4}\right]$.

3) Etudier les variations de f sur $\left[-\frac{\pi}{4} ; \frac{\pi}{4}\right]$.

4) Tracer dans le repère **R** la courbe **(Γ)** de la restriction de f sur $\left[-\frac{\pi}{4} ; \frac{3\pi}{4}\right]$.

B) Soit la fonction g définie par : $g(x) = tg(2x) - 1$.

On désigne par **(C g)** sa courbe représentative dans le repère orthonormé **R** .

1) Déterminer les coordonnées des points communs de **(C g)** et l'axe **(O , $\vec{i}$)** .

2) Etudier les variations de g sur $\left]-\frac{\pi}{4} ; \frac{\pi}{4}\right[$.

3) Résoudre dans l'intervalle $\left]-\frac{\pi}{4} ; \frac{\pi}{4}\right[$ l'équation : $f(x) = g(x)$.

4) a) Tracer , avec une autre couleur , la courbe **(Γ')** de la restriction de g sur $\left]-\frac{\pi}{4} ; \frac{3\pi}{4}\right[$.

b) Résoudre ,**graphiquement** , dans l'intervalle $\left]-\frac{\pi}{4} ; \frac{3\pi}{4}\right[$ l'inéquation : $f(x) \geq g(x)$.

Bonne chance