

Lycée secondaire Ali B.Bembla	Devoir de contrôle n° 2 Mathématiques	Classe : 3 ^{ème} Maths
Date 06 / 02 / 2012	Prof : Mosrati chawki	Durée : 2 heures

EXERCICE :1(3pts)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.

1/ Soit le nombre complexe $z = 5 - i (3 - 4 i)$

- a) La partie réelle de z est 3
- b) z a pour image le point $M(1 ; - 3)$
- c) La partie imaginaire de z est 3

2/ Les solutions dans \mathbb{C} de l'équation $(Z - 3)^2 + 4 = 0$ sont :

- a) $\{ \}$
- b) $\{ 3 + 2i , -3 + 2i \}$
- c) $\{ 3 + 2i ; 3 - 2i \}$

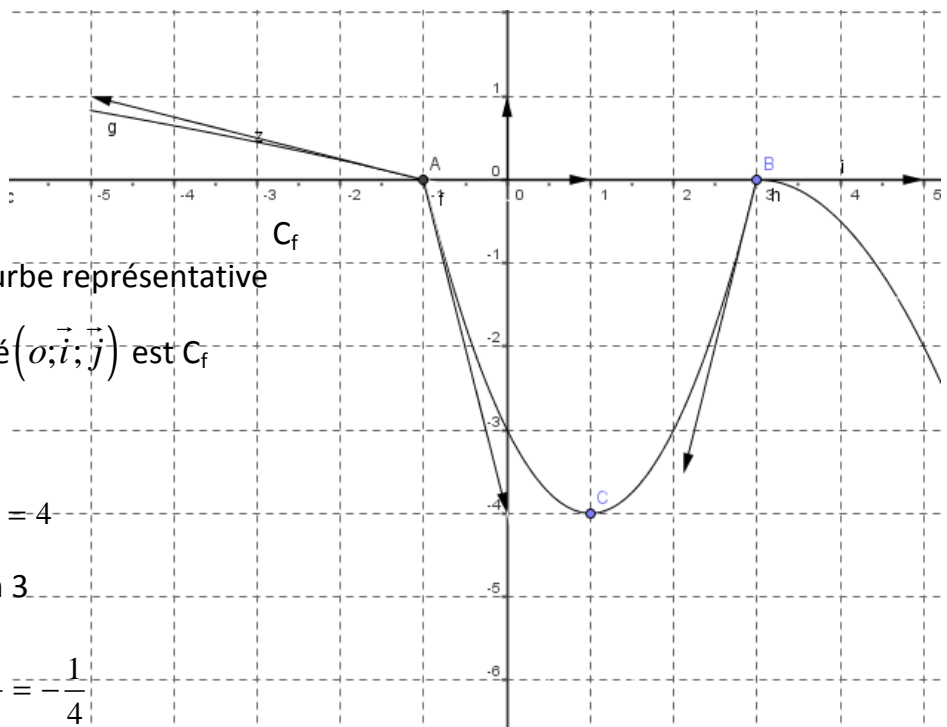
3/

Soit la fonction f don la courbe représentative

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ est C_f

Alors :

- a) $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1} = 4$
- b) f est dérivable en 3.
- c) $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1} = -\frac{1}{4}$



EXERCICE :2(6pts)

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{4x^2 - 13x + 7}{2(x - 3)}$. On désigne par C_f la courbe représentative de f

dans un repère o.n. (O, \vec{i}, \vec{j})

1/ Vérifier que : $f(x) = 2x - \frac{1}{2} + \frac{2}{(x - 3)}$.

2/ Dresser le tableau de variation de f .

3/ a- Déterminer les asymptotes à C_f .

b- Montrer que le point $I \left(3; \frac{11}{2} \right)$ est un centre de symétrie de C_f .

4 / Tracer la courbe C_f .

5/ Soit la fonction g définie par $g(x) = \frac{2x^2 - 3|x| - 7}{|x| - 3}$.

a- Montrer que pour tout $x \in [0 ; +\infty[\setminus \{3\} : f(x) - g(x) = -\frac{7}{2}$.

b- En déduire la courbe de g de celle de f .

EXERCICE :3(7pts)

On considère les points A, B et C les points d'affixes respectifs les nombres complexes suivants :

$Z_A = 2 - 2i\sqrt{3}$, $Z_B = 2 - 2i$, $Z_C = Z_A \times Z_B$ et $Z_D = 1$.

1/ a- Déterminer le module et l'argument de Z_A, Z_B et Z_C .

b- Écrire Z_C sous forme algébrique.

c- En déduire une valeur exacte de $\cos \frac{5\pi}{12}$ et $\sin \frac{5\pi}{12}$.

2/ Soit $f : P \setminus \{B\}, M(Z) \rightarrow M'(Z')$ tel que $Z' = \frac{Z - 2 + 2i\sqrt{3}}{Z - 2 + 2i}$

On pose $Z = x + iy$, avec x et y deux réels.

a- Montrer que $Z' = \frac{(x-2)^2 + (y+2\sqrt{3})(y+2)}{(x-2)^2 + (y+2)^2} + i \frac{(x-2)(y+2\sqrt{3}) - (y+2)(x-2)}{(x-2)^2 + (y+2)^2}$.

b- Déterminer l'ensemble des points $M(Z)$ tel que Z' soit imaginaire pur.

3/ a- Montrer que pour tout $Z \neq i$ on a : $(Z' - 1)(Z - 2 + 2i) = (-2 + 2\sqrt{3})i$

b- Montrer que $DM' \times BM = (-2 + 2\sqrt{3})$.

b- Déduire sur quel ensemble se déplace le point M' si M se déplace sur le cercle de centre B et de rayon : $-1 + \sqrt{3}$.

c- Montrer que $\arg(Z' - Z_D) + \arg(Z - Z_B) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$

EXERCICE :4(4pts)

1) a- Montrer que : $3\cos x - \sqrt{3}\sin x = 2\sqrt{3}\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$.

b- Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $3\cos x - \sqrt{3}\sin x = 0$.

2) Soit f la fonction définie sur $[0 ; 2\pi[$ par $f(x) = \frac{2\cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)}{3\cos x - \sqrt{3}\sin x}$.

a- Déterminer le domaine D_f de définition de f .

b- Montrer que pour tout $x \in D_f : f(x) = \frac{2\sqrt{3}}{3}\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$.

c- Résoudre dans $[0 ; 2\pi[$ l'inéquation : $f(x) \geq \frac{\sqrt{3}}{3}$