Lycée Tahar Sfar Mahdia	**Devoir de synthèse n° 1** *Mathématiques*	*Niveau : 2 ème Sc 2*
Date : 03 / 12 / 2019	*Prof : MEDDEB Tarek*	*Durée : 2 heure*

Exercice n°1 : *(4 pts)*

Pour chaque question, au moins une réponse est correcte. On indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre (ou les lettres) correspondante(s) à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1) L'ensemble de solutions de l'équation : $3x^2-19x-14=0$ est :

$a/\ \left\{7;\frac{2}{3}\right\}$ $\quad b/\ \left\{7;-\frac{2}{3}\right\}$ $\quad c/\ \left\{-\frac{14}{3};1\right\}$ $\quad d/\ \left\{\frac{7}{3};-2\right\}$.

2) Le polynôme P défini par : $P(x)=x^4-7x^2+12$ est factorisable par :

$a/\ x-\sqrt{3}$ $\quad b/\ x^2-3$ $\quad c/\ (x-1)\left(x-\sqrt{3}\right)$.

3) A, B et C sont trois points du plan tels que : $\overrightarrow{AC}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$, alors B est le barycentre des points pondérés :

$a/\ \{(A;-2),(C;8)\}$ $\quad b/\ \{(A;1),(C;4)\}$ $\quad c/\ \{(A;4),(C;-1)\}$ $\quad d/\ \{(A;1),(C;-4)\}$

4) Le plan est rapporté à un repère cartésien $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

On donne les points $A(1;4)$, $B(4;-1)$ et $C(-2;0)$.

L'isobarycentre G des points A, B et C a pour coordonnées :

$a/\ G(1;2)$ $\quad b/\ G(2;1)$ $\quad c/\ G(1;1)$ $\quad d/\ G(1;-1)$

Exercice n°2 : *(8 pts)*

On considère les trinômes suivants : $A(x)=2x^2-3\sqrt{2}x+2$ et $B(x)=2x^2+\left(1-2\sqrt{2}\right)x-\sqrt{2}$.

1) $a/$ Résoudre dans IR l'équation : $A(x)=0$.

$b/$ Factoriser $A(x)$.

$c/$ Résoudre dans IR les inéquations suivantes : $A(x)\geq 0$ puis $\sqrt{A(x)}\leq\sqrt{2}$.

2) Calculer $B\left(\sqrt{2}\right)$, en déduire les racines de B.

3) Soit le polynôme F défini par : $F(x)=2x^3-\sqrt{2}x^2-4x+2\sqrt{2}$.

$a/$ Vérifier que $\left(-\sqrt{2}\right)$ est une racine de F.

$b/$ Trouver les réels a, b et c tels que $F(x)=\left(x+\sqrt{2}\right)\left(ax^2+bx+c\right)$ pour tout $x\in IR$.

$c/$ En déduire que $F(x)=\left(x^2-2\right)\left(2x-\sqrt{2}\right)$.

4) On pose $G(x)=\dfrac{F(x)}{B(x)}$.

$a/$ Déterminer le domaine de définition de G, puis simplifier $G(x)$.

$b/$ Résoudre dans IR l'inéquation : $G(x)\geq 0$.

Exercice n°3 : *(8 pts)*

Dans la figure ci-dessous on a :

- $ABCD$ et $AIKJ$ sont deux parallélogrammes.
- J est le milieu de $[AD]$.
- I est le point de $[AB]$ tels que $AI = 2IB$.
- $[ID] \cap [JB] = \{M\}$ et $[ID] \cap [JK] = \{N\}$.

1) $a/$ Montrer que N est le milieu de $[DI]$ et de $[JK]$.

   $b/$ En déduire que M est le milieu de $[NI]$ et de $[JB]$.

   $c/$ Montrer alors que M est le barycentre des points pondérés $(I,3)$ et $(D,1)$.

   $d/$ Ecrire I comme barycentre de A et B.

   $e/$ En déduire que M est le barycentre des points pondérés $(A,1)$, $(B,2)$ et $(D,1)$.

2) $a/$ Montrer que $\overrightarrow{AK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$.

   $b/$ En déduire que K est le barycentre des points pondérés $(A,-1)$, $(B,4)$ et $(D,3)$.

3) $a/$ Montrer que : $\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = -\overrightarrow{CA} + 4\overrightarrow{CB} + 3\overrightarrow{CD}$.

   $b/$ En déduire que les points C, K et M sont alignés.

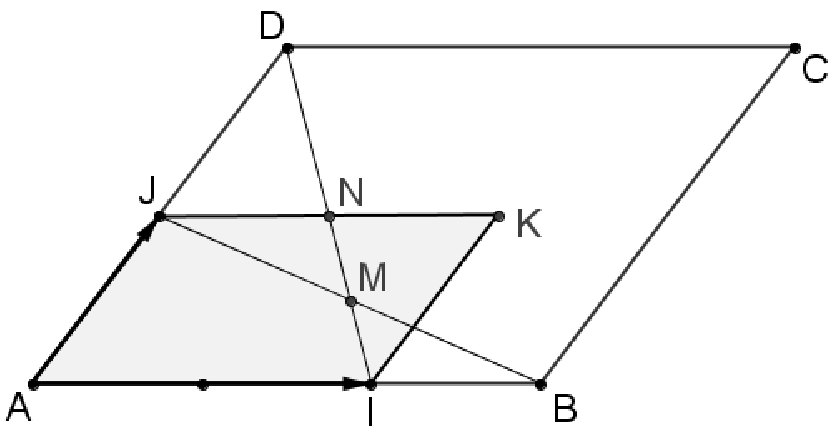
4) $a/$ Montrer que K est le centre de gravité du triangle JBC.

   $b/$ Montrer alors que $\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC} + \overrightarrow{KD} = \overrightarrow{KJ}$.

5) On considère le repère $(A, \overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AJ})$.

   $a/$ Déterminer les coordonnées des points K, B, D, C et M dans ce repère.

   $b/$ Retrouver le résultat de la question 3) $b/$.



Bonne chance