Lycée Tahar Sfar Mahdia	**Devoir de synthèse n° 1** Mathématiques	Niveau : 2 ème Sc_1
Date : 23 / 01 / 2018	Prof : MEDDEB Tarek	Durée : 2 heures

NB : il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction et à la présentation.

Exercice n°1 : (6 pts)

On rappelle que : pour tous réels a et b on a : $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$.

1) $a/$ En écrivant $3^9=(3^3)^3$, montrer que 7 divise 3^9+1.

   $b/$ Déterminer alors le reste de la division euclidienne de 3^9 par 7.

   $c/$ Montrer que $3^{18}-1$ est divisible par 7.

2) $a/$ Quel est le reste de la division euclidienne de 77774 par 7 ?

   $b/$ En déduire que l'entier 77774^2-2 est divisible par 7.

   $c/$ Montrer alors que 7 divise $77774^2-2\times 3^{18}$.

Exercice n°2 : (3 pts)

1) Soit n un entier naturel. Montrer que n est pair si, et seulement si, n^2 est pair.

2) Soient p et q deux entiers naturels tels que : $p^2-2q^2=1$.

   $a/$ Montrer que p est impair.

   $b/$ Montrer que q est pair.

Exercice n°3 : (5 pts)

Soit ABC un triangle, E est un point de $[BC]$ distinct de B et C.

1) $a/$ Construire les points F et G tels que : $F=t_{\overrightarrow{BA}}(E)$ et $G=t_{\overrightarrow{BC}}(E)$.

   $b/$ Montrer que : $\overrightarrow{FG}=\overrightarrow{AC}$.

2) $a/$ Montrer que : $\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{CG}$.

   $b/$ Soit t la translation de vecteur $\overrightarrow{BE}$.

   Déterminer l'image de chacune des droites (AB) et (AC) par t.

3) Les droites (AC) et (EF) se coupent en I, la parallèle à (BC) menée de I coupe (AB) en M et (FG) en N.

   $a/$ Déterminer l'image de la droites (MI) par t.

   $b/$ Déterminer alors $t(M)$ et $t(I)$.

   $c/$ En déduire que I est le milieu de $[MN]$.

Exercice n°4 : *(6 pts)*

Soient $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ deux cercles non isométriques, tangents extérieurement en A, de centres respectifs I et I' et soit B le point diamétralement opposé à A sur $\mathscr{C}'$. (voir figure de la feuille annexe que l'on complétera au fur et à mesure).

On désigne par h l'homothétie de centre A telle que $h(I)=I'$.

1) $a/$ Montrer que $\mathscr{C}'$ est l'image de $\mathscr{C}$ par h.

$b/$ Soit M un point de $\mathscr{C}$ distinct de A, la droite (AM) recoupe $\mathscr{C}'$ en P.

Montrer que $h(M)=P$.

$c/$ Montrer que les droites (IM) et $(I'P)$ sont parallèles.

2) Soit N le point de $\mathscr{C}'$ diamétralement opposé à P, la droite (MN) coupe (II') en O.

Soit h' l'homothétie de centre O telle que $h'(I)=I'$.

$a/$ Déterminer l'image de la droite (IM) par h', en déduire que $h'(M)=N$.

$b/$ Déterminer l'image de $\mathscr{C}$ par h'.

$c/$ Montrer que $h'(A)=B$.

$d/$ Construire le point N' image de N par h'.

Bonne chance

Lycée Tahar Sfar Mahdia	**Devoir de synthèse n° 1** Mathématiques	Niveau : 2 ème Sc1
Date : 23 / 01 / 2018	Prof : MEDDEB Tarek	Durée : 2 heures

FEUILLE ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE

Nom et prénom :………………………………………………….............. Classe :2 ème Sc 1