

Lycée Tahar Sfar Mahdia	Devoir de Synthèse n° 1 Mathématiques	Niveau : 2 ^{ème} Sc 2,3 et 5
Date : 06 / 12 / 2011	Profs : Mrs Zaouali et Meddeb	Durée : 2 heure

NB : il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction et à la présentation.

Exercice n°1 : (3 pts)

Pour chaque question, une seule réponse est correcte. On indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse fausse enlève 0,5 point, et l'absence de réponse est comptée 0 point. Si le total est négatif, la note sera ramenée à zéro.

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les points $A(-4; 1)$, $B(5; -2)$ et $C(3; 7)$.

1) Les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} sont :

- a/ Colinéaires
- b/ Orthogonaux
- c/ Ni colinéaires ni orthogonaux.

2) Le triangle ABC est :

- a/ Rectangle et isocèle.
- b/ Isocèle non rectangle.
- c/ Equilatéral.

3) Soit G le barycentre des points pondérés $(A, 1)$, $(B, 2)$.

Le point G a pour coordonnées :

- a/ $(-1, 0)$
- b/ $(2, -1)$
- c/ $(3, -1)$.

Exercice n°2 : (5 pts)

On considère les polynômes : $A(x) = 4x^2 - 13x + 9$ et

$$P(x) = 4x^3 - 4x^2 - 9x + 9.$$

1) Factoriser $A(x)$.

2) a/ Vérifier que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $P(x) = 4x(x - 1)^2 + A(x)$.
b/ Factoriser alors $P(x)$.

3) On pose $F(x) = \sqrt{P(x)}$.

- a/ Déterminer le domaine de définition de F .
- b/ Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $F(x) = 2x - 3$.

Exercice n°3 : (5 pts)

Soit $ABCD$ un rectangle tel que $AB = 6$ et $BC = 2$. M est un point de $[BC]$ et N est le point de $[CD]$ tel que $CN = 3BM$.

On pose $BM = x$, et on désigne par $S(x)$ l'aire du triangle AMN et par \mathcal{A} l'aire du rectangle $ABCD$.

1) a/ Calculer $S(0)$ et $S(2)$.

b/ Déterminer le domaine de définition \mathcal{D} de S .

c/ Exprimer, en fonction de x , l'aire de chacun des triangles ABM , CMN et ADN .

d/ Montrer que, pour tout $x \in \mathcal{D}$, $S(x) = \frac{3}{2}x^2 - 3x + 6$.

2) a/ Déterminer x pour que l'on ait : $S(x) = \frac{1}{2} \mathcal{A}$.

b/ Existe-t-il une valeur de x telle que : $S(x) = \frac{1}{3} \mathcal{A}$?

3) a/ Montrer que, pour tout $x \in \mathcal{D}$, on a : $S(x) - \frac{9}{2} = \frac{3}{2}(x-1)^2$.

b/ En déduire la valeur minimale de $S(x)$ et la valeur de x pour laquelle $S(x)$ est minimale.

Exercice n°4 : (7 pts)

Soit ABC un triangle.

1) Construire le point I barycentre des points pondérés $(A, 2)$, $(B, 3)$.

2) Soit G le barycentre des points pondérés $(A, 2)$, $(B, 3)$ et $(C, 5)$.

Montrer que G est le milieu de $[IC]$.

3) La droite (BG) coupe (AC) en J .

Montrer que J est le barycentre des points pondérés $(A, 2)$ et $(C, 5)$.

4) On désigne par H et K les milieux respectifs des cotés $[AC]$ et $[BC]$.

Montrer que les droites (CI) , (BJ) et (HK) sont concourantes.

5) a/ Déterminer l'ensemble Δ des points M du plan tels que :

$$\|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 5\overrightarrow{MC}\| = 5\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}\|.$$

b/ Montrer que l'ensemble \mathcal{E} des points M du plan tels que

$$\|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}\| = 2\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\|$$

est le cercle de centre I et de rayon IB .

Bonne chance