

**Exercice 1(3,5 pts)**

Dans la feuille à rendre on a représenté une fonction  $f$  dans un repère orthonormé

1)  $f$  est-elle continue en 1 ? Justifier votre réponse

2) Déterminer graphiquement les images des intervalles suivants par  $f$  :

$$[-2; 0] \text{ et } [-1; 2]$$

3) a) Tracer la courbe de la fonction  $h = |f|$  dans le même repère

b)  $h$  est-elle continue en 1 ? justifier la réponse.

4) Déterminer graphiquement les solutions de l'équation  $f(x)=1$

5) Résoudre graphiquement  $f(x) \geq 1$ .

6) Déterminer le minimum de  $f$  sur  $\mathbb{R}$

**Exercice 2(6,5 pts)**

I) Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^6 + 3x^2 - 3$

1) Étudier la parité de  $f$

2) Montrer que  $f$  est continue sur  $\mathbb{R}$

3) a) Montrer que  $f$  est strictement croissante sur  $[0; +\infty[$

b) Déterminer alors les variations de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .

c) En déduire le minimum de  $f$  sur  $\mathbb{R}$

4) a) Déterminer l'image de l'intervalle  $[0,1]$  par  $f$ .

b) En déduire l'image de l'intervalle  $[-1; 1]$  par  $f$

II) Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par : 
$$g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{si } x \in ]-\infty, 0] \\ \sqrt{x+4} - 5 & \text{si } x \in ]0; 5] \\ \frac{x^2-12x+35}{x-5} & \text{si } x \in ]5; +\infty[ \end{cases}$$

1) Montrer que  $g$  est continue sur les intervalles suivants  $]-\infty, 0]$ ,  $]0; 5]$  et  $]5; +\infty[$ .

2) Montrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet une seule solution  $\alpha$  dans l'intervalle  $[-1; 0]$

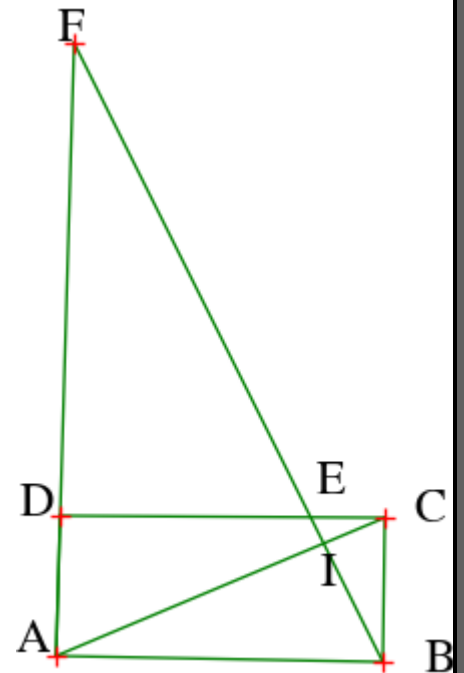
3) Donner un encadrement d'amplitude  $10^{-1}$  de  $\alpha$ .

4) Vérifier que  $\frac{3}{\alpha^4+3} = \alpha^2$ .

### **Exercice 3(5pts)**

Soit ABCD un rectangle tel que  $AB = 8$  et  $BC = 4$ . On note E le point de [CD]

tel que  $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CD}$ . Les droites (AC) et (BE) se coupent en I et les droites (AD) et (BE) se coupent en F



1) a) Calculer  $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$  et  $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CE}$ .

b) En déduire que  $(EB) \perp (AC)$ .

2) Calculer  $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AF}$ .

3) On note  $(\zeta)$  l'ensemble des points M du plan tels que

$$MD^2 + 3MC^2 = 192$$

a) Vérifier que D est un point de  $(\zeta)$ .

b) Vérifier que  $\overrightarrow{ED} + 3\overrightarrow{EC} = \vec{0}$

c) Montrer que pour tout point M du plan on a :  $MD^2 + 3MC^2 = 4ME^2 + 48$

d) En déduire alors  $(\zeta)$

### **Exercice 4(5pts)**

Le plan est orienté dans le sens direct. On considère un triangle ABC isocèle et rectangle en A tel que  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ .  $\Gamma$  le cercle de centre A passant par B.

1) On considère le point D de  $\Gamma$  tel que  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) \equiv \frac{16\pi}{3} [2\pi]$

a) Déterminer la mesure principale de l'angle orienté  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$  et construire D

b) Déterminer la mesure principale de l'angle orienté  $(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BA})$

2) a) Construire le point E de la médiatrice de [AB] tel que  $(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BE}) \equiv \frac{-\pi}{2} [2\pi]$

b) Déterminer la mesure principale de l'angle orienté  $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BE})$ . En déduire la nature du triangle ABE.

c) Montrer que les points A, D et E sont alignés. En déduire que [DE] est un diamètre de  $\Gamma$ .

Feuille à rendre

Nom : .....

Prénom : .....

