I. Nucléosynthèse des éléments chimiques

- Le but de cet exercice est d'étudier les réactions nucléaires qui se produisent dans l'univers, notamment dans les étoiles, et qui engendrent la synthèse des éléments chimiques.
  - **Données**:
    - masse d'un noyau d'hydrogène ou d'un proton : $m_p = 1,67 \times 10^{-27}$ kg
    - masse d'un positron (ou positon) : m_e
    - célérité de la lumière dans le vide : $c = 3,00 \times 10^8$ m.s^{-1}
    - constante radioactive du « béryllium 8 », $\lambda \approx 1 \times 10^{16}$ s^{-1}

1. Les premiers éléments présents dans l'univers

> Selon le modèle du big-bang, quelques secondes après l'explosion originelle, les seuls éléments chimiques présents étaient l'hydrogène (90%), l'hélium et le lithium, ce dernier en quantité très faible.
>
> Les physiciens ont cherché à comprendre d'où provenaient les autres éléments existant dans l'univers.

1.1. Déterminer la composition des noyaux des atomes d'hélium ^4_2He et ^3_2He ainsi que celle de l'ion hélium $^4_2He^{2+}$.

1.2. La synthèse des éléments chimiques plus lourds se fait par des réactions nucléaires. Pourquoi cette synthèse ne peut-elle pas se faire par des réactions chimiques ?

2. Fusion de l'hydrogène

> Sous l'action de la force gravitationnelle les premiers éléments (hydrogène, hélium…) se rassemblent, formant des nuages gazeux en certains endroits de l'univers. Puis le nuage s'effondre sur lui-même et la température centrale atteint environ 10^7 K. À cette température démarre la première réaction de fusion de l'hydrogène dont le bilan peut s'écrire : $4\ ^1_1H \rightarrow\ ^4_2He + 2\ ^0_1e$. Une étoile est née.

~~**1.1.**~~**2.1.** En notant m_{He} la masse d'un noyau d' "hélium 4", écrire l'expression littérale de l'énergie $|\Delta E|$ libérée lors de cette réaction de fusion des 4 noyaux d'hydrogène.

- L'application numérique donne une valeur voisine de $|\Delta E| \approx 4 \times 10^{-12}$ J

2.2. Cas du Soleil

2.2.1 À sa naissance on peut estimer que le Soleil avait une masse d'environ $M_S = 2 \times 10^{30}$ kg. Seul un dixième de cette masse est constituée d'hydrogène suffisamment chaud pour être le siège de réactions de fusion. On considère que l'essentiel de l'énergie produite vient de la réaction de fusion précédente.
Montrer que l'énergie totale E_T pouvant être produite par ces réactions de fusion est voisine de $E_T \approx 10^{44}$ J.

2.2.2 Des physiciens ont mesuré la quantité d'énergie reçue par la Terre et en ont déduit l'énergie E_S libérée par le Soleil en une année : $E_S \approx 10^{34}$ J.an^{-1}.
En déduire la durée Δt nécessaire pour que le Soleil consomme toutes ses réserves d'hydrogène.

3. Un produit de la fusion de l'hélium

> D'autres réactions de nucléosynthèse peuvent se produire au cœur d'une étoile. Selon les modèles élaborés par les physiciens, l'accumulation par gravitation des noyaux d'hélium formés entraîne une contraction du cœur de l'étoile et une élévation de sa température. Lorsqu'elle atteint environ 10^8 K, la fusion de l'hélium commence : $^4_2He + ^4_2He \rightarrow ^8_4Be$. Il se forme ainsi des noyaux de "béryllium 8" radioactifs de très courte durée de vie.

- On s'intéresse à la radioactivité du « béryllium 8 ». Soit N(t) le nombre de noyaux de « béryllium 8 » présents dans l'échantillon à l'instant de date t, et N_0 celui à l'instant de date $t_0 = 0$ s.

~~**1.1.**~~**3.1.** En utilisant la loi de décroissance radioactive, démontrer la relation entre la demi-vie $t_{1/2}$ et la constante radioactive λ : $t_{1/2} = \dfrac{\ln(2)}{\lambda}$.

3.2. Calculer le temps de demi-vie $t_{1/2}$ du « béryllium 8 ».

> **Aide au calcul :** $\ln(2) \approx 0,7$

~~**1.3.**~~**3.3.** En déduire le rapport $\dfrac{N(t_1)}{N_0}$ à l'instant de date $t_1 = 1,4 \times 10^{-16}$ s

Formatiert: Nummerierung und Aufzählungszeichen

Formatiert: Nummerierung und Aufzählungszeichen

Formatiert: Nummerierung und Aufzählungszeichen

4. **Vers des éléments plus lourds**

Dans les étoiles de masse au moins 4 fois supérieure à celle du Soleil, d'autres éléments plus lourds peuvent ensuite être formés par fusion, par exemple le carbone ${}^{12}C$, l'oxygène ${}^{16}O$, le magnésium ${}^{24}Mg$, le soufre ${}^{32}S$ (…) et le fer ${}^{56}Fe$.

~~1.1.~~4.1. Donner l'expression littérale de l'énergie de liaison par nucléon $\frac{E_\ell}{A}$ d'un noyau de fer ${}^{56}_{26}Fe$, en fonction des masses du neutron m_n, du proton m_p, du noyau de "fer 56" m_{Fe} et de la célérité de la lumière dans le vide c.

4.2. Indiquer sur la courbe d'Aston représentée, sur **la feuille réponse page 10**, le point correspondant à la position du noyau de "fer 56".

4.3. En s'aidant de la courbe précédente, dire où se situent les noyaux capables de libérer de l'énergie lors d'une réaction de fusion.

5. **L'élément fer**

Dans certaines étoiles, à la fin de la période des fusions, une explosion se produit libérant de l'énergie. Des noyaux de fer ${}^{56}_{26}Fe$ sont dissociés et d'autres sont recréés par désintégration radioactive des noyaux de cobalt ${}^{56}_{27}Co$. Les noyaux de fer, formés dans un état excité, émettent alors des rayonnements d'énergie bien déterminée, tels que le satellite SMM a pu en détecter en 1987 en observant une supernova dans le nuage de Magellan.

- Lors de la désintégration radioactive du noyau de cobalt ${}^{56}_{27}Co$ il se forme, en plus du fer ${}^{56}_{26}Fe$, une autre particule.
  - **Écrire l'équation de cette désintégration et nommer la particule formée en précisant les lois utilisées.**

II. Etude d'une pile et d'un dipôle RL

- La partie 1 est indépendante des autres parties

1. **Etude d'une pile (3 points)**
   - On souhaite réaliser une pile au laboratoire. Pour cela, on dispose d'une lame de zinc et d'une lame de cuivre ainsi que d'un volume V_1 = 100 mL d'une solution aqueuse de sulfate de zinc de concentration molaire en soluté apporté C_1 = 1,0 mol.L^{-1} et d'un volume V_2 = 100 mL d'une solution aqueuse de sulfate de cuivre de concentration molaire en soluté apporté C_2 = 1,0 mol.L^{-1} et d' un pont salin.
   - L'expérience est réalisée à la température de 25 °C. À cette température, la constante d'équilibre associée à l'équation : $Cu^{2+}_{(aq)} + Zn_{(s)} = Zn^{2+}_{(aq)} + Cu_{(s)}$ est $K \approx 10^{36}$.
   - La pile ainsi réalisée est placée dans un circuit électrique comportant une résistance et un interrupteur. On ferme ce circuit électrique à l'instant de date t_0 = 0 s.

1.1. Faire un schéma légendé de cette pile. Compléter le schéma avec la résistance et l'interrupteur.

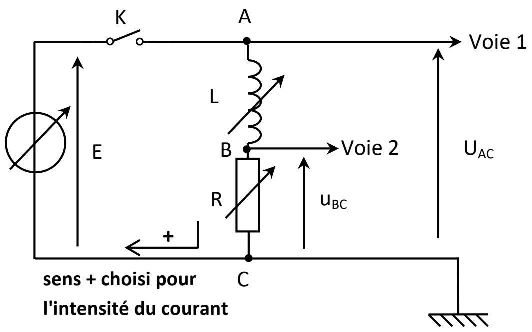
1.2. Déterminer le quotient de réaction $Q_{R,i}$ du système ainsi constitué à l'instant initial. En déduire le sens d'évolution spontanée du système.

1.3. Pour chaque électrode, écrire la demi-équation correspondant au couple qui intervient. Identifier l'anode et la cathode de la pile.

1.4. En déduire, en justifiant la réponse, à quel métal correspond le pôle + de la pile et à quel métal correspond le pôle –.

Etude d'un dipôle RL

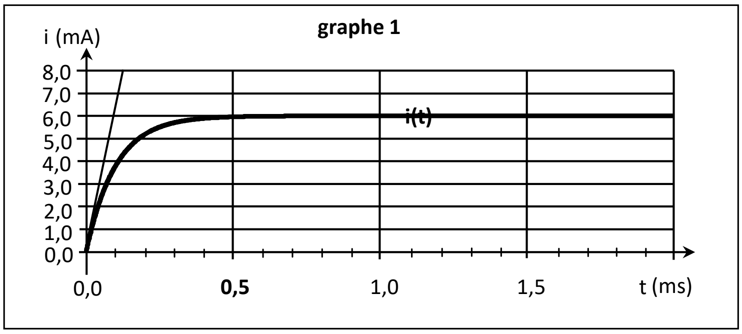
- On se propose d'étudier l'établissement du courant dans un dipôle comportant une bobine et un conducteur ohmique lorsque celui-ci est soumis à un échelon de tension de valeur E.
- Le conducteur ohmique a une résistance R.
- La bobine sans noyau de fer doux, a une inductance L ; sa résistance r est négligeable devant R.
- Les valeurs de E, R, L sont réglables.
- On dispose d'un système d'acquisition de données et d'un logiciel adapté pour le traitement des données.
- On réalise le montage ci-contre :



2. **Expérience A**
   - On réalise une première expérience (expérience A) pour laquelle les réglages sont les suivants : L = 0,10 H ; R = 1,0 kΩ ; E = 6,0 V.
   - À l'instant de date t = 0 s, on ferme l'interrupteur K.

2.1. On veut suivre l'évolution de l'intensité i du courant en fonction du temps. Quelle tension doit-on enregistrer et quelle opération doit-on demander au logiciel pour réaliser cette observation ? Justifier la réponse.

2.2. On obtient le graphe suivant (la tangente à la courbe au point origine est tracée) :



2.2.1 Déterminer graphiquement la valeur I de l'intensité du courant en régime permanent ~~en explicitant la démarche~~.

2.2.2 Déterminer graphiquement la constante de temps τ du dipôle RL étudié en explicitant la démarche.

2.2.3 Cette valeur de τ correspond-elle à celle attendue théoriquement ? Justifier la réponse.

~~2.2.3Cette valeur correspond-elle à celle attendue théoriquement ? Justifier la réponse.~~

Formatiert: Nummerierung und Aufzählungszeichen

2.3. Étude analytique.

2.3.1 Démontrer que l'équation différentielle vérifiée par l'intensité du courant i(t) peut se mettre sous la forme : $\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau} i = \frac{E}{L}$

2.3.2 ~~A partir de l'équation différentielle ci-dessus, prouver~~ Prouver que la constante de temps τ est bien homogène à un temps

2.3.3 Déduire de l'équation différentielle l'expression de l'intensité I du courant en régime permanent. Calculer sa valeur.

~~**2.3.3**~~**2.3.4** Vérifier que $i(t) = I\,(1 - e^{-t/\tau})$ est une solution de l'équation différentielle ci-dessus

Formatiert: Nummerierung und Aufzählungszeichen

~~**2.3.4**En déduire l'expression de l'intensité I du courant en régime permanent. Calculer sa valeur.~~

~~**2.4.**On recherche pour quel instant t_1 (en ms) l'intensité est égale à 3,0 mA~~

~~**2.4.1**Donner un encadrement de t_1 (en ms) à partir du graphe 1~~

~~**2.4.2**En utilisant la solution $i(t) = I\,(1 - e^{-t/\tau})$, rechercher une valeur plus précise de l'instant t_1 (en ms) pour lequel $i(t_1) = 3{,}0$ mA. **Aide au calcul** : $\ln(2) \approx 0{,}7$~~

~~Rappels mathématiques : $\ln(e^x) = x$; $\ln(a \times b) = \ln(a) + \ln(b)$; $\ln(a/b) = \ln(a) - \ln(b)$~~

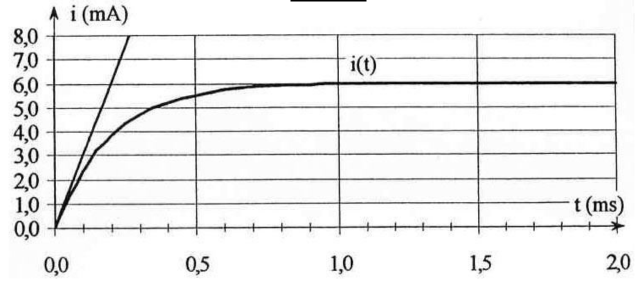
3. Influence de différents paramètres.

- Afin d'étudier l'influence de différents paramètres, on réalise trois autres expériences en modifiant chaque fois l'un de ces paramètres. Le tableau suivant récapitule les valeurs données à E, R et L lors des quatre acquisitions.

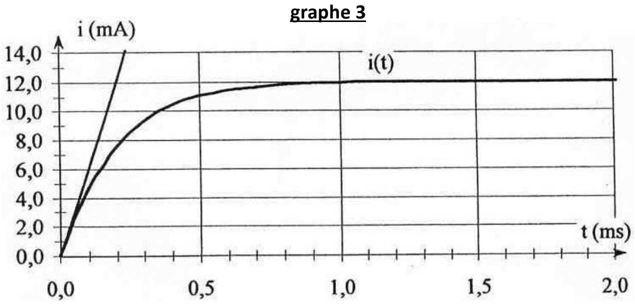
	E (V)	R (kΩ)	L (H)
Expérience A	6,0	1,0	0,10
Expérience B	12,0	1,0	0,10
Expérience C	6,0	0,50	0,10
Expérience D	6,0	1,0	0,20

➢ **Associer chacun des graphes (2), (3), (4) à une expérience en justifiant précisément chaque choix.**

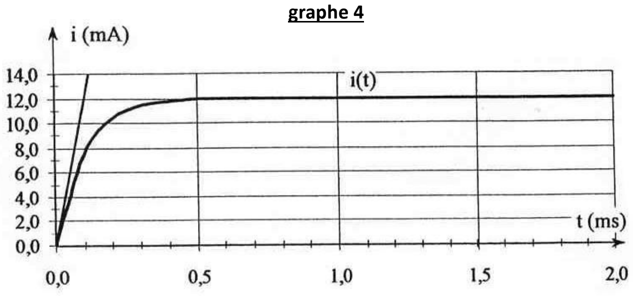
graphe 2



graphe 3



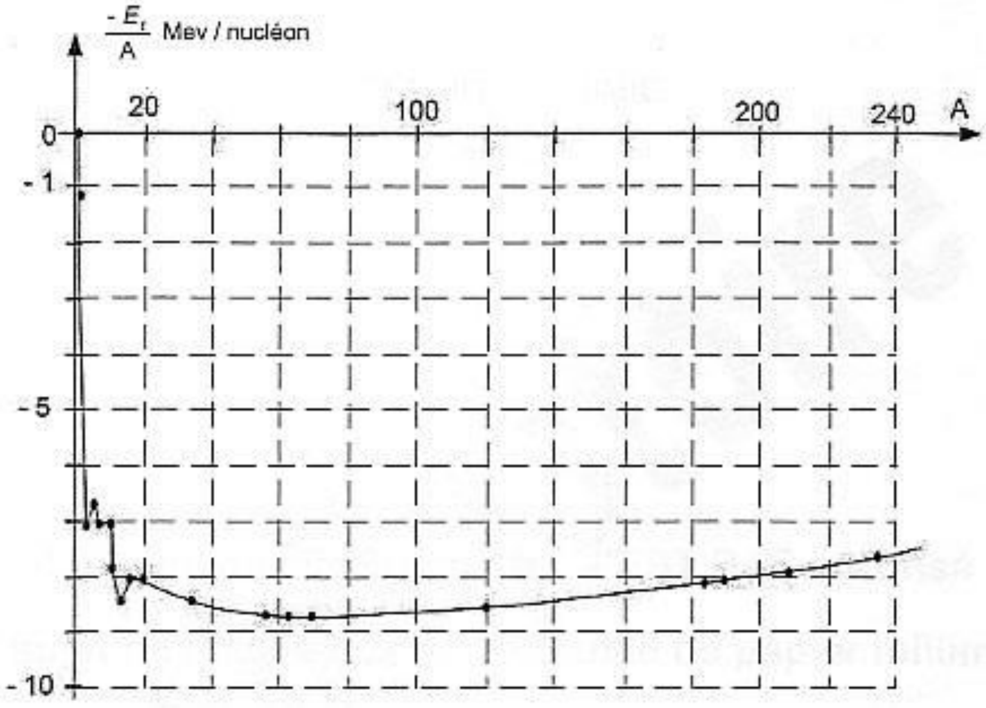
graphe 4



FEUILLE ANNEXE

EXERCICE I

4. Vers des éléments plus lourds



Courbe d'Aston :

Nucléosynthèse des éléments chimiques

Les premiers éléments présents dans l'univers

Composition des noyaux : ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$ Z = 2 donc 2 protons, A–Z = 2 donc 2 neutrons

${}^{3}_{2}He$ 2 protons et 1 neutron ; ${}^{4}_{2}\mathrm{He}^{2+}$ 2 protons et 2 neutrons

Un élément chimique est caractérisé par le numéro atomique Z. Il s'agit du nombre de protons contenus dans le noyau de l'atome. Lors d'une réaction chimique, les protons du noyau ne sont pas mis en jeu, seuls les électrons interviennent.

Fusion de l'hydrogène

$|\Delta E| = |(m_{He} + 2m_e) - 4m_p|.c^2$ ou directement $|\Delta E| = \left[4m_p - (m_{He} + 2m_e)\right].c^2$

Cas du Soleil

La réaction $4\,{}^{1}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + 2\,{}^{0}_{1}\mathrm{e}$ consomme 4 noyaux d'hydrogène et libère une énergie $|\Delta E| = 4\times10^{-12}$ J. La masse disponible, notée m_d, pour les réactions de fusion représente 10% de la masse du Soleil : $m_d = 0,10.M_S$. La réaction aura lieu N fois : $N = \dfrac{m_d}{4m_p} = \dfrac{0,10M_S}{4m_p}$.

Libérant une énergie totale $E_T = N.\,|\Delta E|$. $E_T = \dfrac{0,10M_S}{4m_p}.\,|\Delta E|$

$E_T = \dfrac{0,10\times 2\times 10^{30}}{4\times 1,67\times 10^{-27}}\times 4\times 10^{-12}$; $E_T = \dfrac{10^{-1}\times 2\times 10^{30}}{1,67\times 10^{-27}}\times 10^{-12}$; $E_T = \dfrac{10^{-1}\times 10^{30}}{10^{-27}}\times 10^{-12}$; $\mathbf{E_T = 10^{44}\ J}$

En une année le Soleil consomme $E_S = 10^{34}$ J

En Δt années le Soleil aura consommé $E_T = 10^{44}$ J

$\Delta t = \dfrac{E_T}{E_S}$; $\Delta t = \dfrac{10^{44}}{10^{34}} = 10^{10}$ années pour que le Soleil consomme toutes ses réserves.

Un produit de la fusion de l'hélium

$N(t_{1/2}) = N_0/2$; $N(t_{1/2}) = N_0.\,e^{-\lambda.t_{1/2}} = N_0/2$; $e^{-\lambda.t_{1/2}} = 1/2$; $-\lambda.t_{1/2} = \ln(1) - \ln(2)$; $\lambda.t_{1/2} = \ln(2)$

$t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{\lambda}$

$t_{1/2} = \dfrac{0,7}{1\times10^{16}}$; $t_{1/2} = 7\times10^{-1}\times10^{-16}$; $\mathbf{t_{1/2} = 7\times10^{-17}\ s}$

On remarque que $t_1 = 2t_{1/2}$. Au bout d'une durée égale à deux temps de demi-vie, il reste un quart des noyaux initialement présents.

Soit $N(t_1) = \dfrac{N_0}{4}$ donc $\dfrac{N(t_1)}{N_0} = \dfrac{1}{4}$.

Vers des éléments plus lourds

$E_\ell = \Delta m.c^2$ où Δm représente le défaut de masse du noyau de fer (Δm > 0 par définition)

La somme des masses de nucléons pris isolément est supérieure à la masse du noyau seul,

$\Delta m = (Zm_P + (A–Z)\,m_n) – m_{Fe}$

$\dfrac{E_\ell}{A} = \dfrac{(Zm_p + (A-Z).m_n - m_{Fe}).c^2}{A}$; $\dfrac{E_\ell}{A} = \dfrac{(26m_p + 30.m_n - m_{Fe}).c^2}{56}$

position de ${}^{56}_{26}Fe$ voir la courbe d'Aston

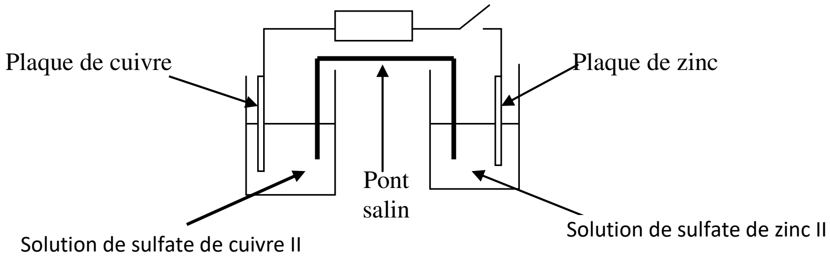
Les noyaux pouvant fusionner sont situés à gauche du noyau de fer

L'élément fer

- ${}^{56}_{27}Co \rightarrow {}^{56}_{26}Fe + {}^{A}_{Z}X$; D'après la conservation du nombre de nucléons A = 0, et d'après la conservation de la charge électrique 27 = 26 + Z, soit Z = 1. La particule ne contenant aucun nucléon et portant une charge Z = 1 est un positon, noté ${}^{0}_{1}e$. ${}^{56}_{27}Co \rightarrow {}^{56}_{26}Fe + {}^{0}_{1}e$

Etude d'un dipôle RL

Etude d'une pile



$Q_{r,i} = \dfrac{[Zn^{2+}_{(aq)}]_i}{[Cu^{2+}_{(aq)}]_i} = \dfrac{C_1}{C_2} = \mathbf{1{,}0}$. $Q_{r,i} < K$: la transformation évolue spontanément dans le **sens direct**.

Electrode en cuivre : $Cu^{2+}_{(aq)} + 2e^- = Cu_{(s)}$ réduction cathodique

Electrode en zinc : $Zn_{(s)} = Zn^{2+}_{(aq)} + 2\,e^-$ oxydation anodique

L'électrode de **zinc** fournit des électrons au circuit extérieur, c'est le **pôle –** de la pile.

Au niveau de l'électrode de **cuivre**, il y a consommation d'électrons, c'est le **pôle +** de la pile.

Expérience A

Si on veut suivre l'évolution de l'intensité i du courant en fonction du temps, il faut enregistrer $\mathbf{u_{BC}}$ (tension aux bornes du conducteur ohmique). En appliquant la loi d'Ohm, on a $u_{BC} = R.i$ (la mesure de u_{BC} permet bien celle de i). Le logiciel devra effectuer le calcul : $i = \dfrac{u_{BC}}{R}$

En régime permanent l'intensité du courant est constante et maximale. On trace l'asymptote horizontale à la courbe i = f(t). Cette asymptote a pour équation **I = 6,0 mA**

τ = 0,1 ms ; La constante de temps correspond à l'abscisse du point d'intersection entre la tangente à la courbe à l'origine et l'asymptote correspondant à i = I. (Voir annexe)

Valeur théorique : $\tau = \dfrac{L}{R}$; $\tau = \dfrac{0{,}10}{1{,}0 \times 10^{-3}} = 0{,}10\times10^{-3}$ s = **0,10 ms** La valeur théorique et la valeur expérimentale coïncident.

Étude analytique.

D'après la loi d'additivité des tensions on peut écrire : $E = U_{AC} = u_{AB} + u_{BC}$

$E = L\dfrac{di}{dt} + Ri$ Soit l'équation différentielle du premier ordre : $\dfrac{E}{L} = \dfrac{di}{dt} + \dfrac{R}{L}i$ ou $\dfrac{di}{dt} + \dfrac{1}{\tau}\,i = \dfrac{E}{L}$

D'après l'équation différentielle, $\dfrac{di}{dt}$ est en A/s donc $\dfrac{1}{\tau}$ i est aussi en A/s r i est en A, la constante de temps est bien homogène à un temps

En régime permanent, l'intensité du courant est constante donc $\dfrac{di}{dt} = 0$,

$\dfrac{E}{L} = \dfrac{R}{L} \times I$ soit $I = \dfrac{E}{R}$; $I = \dfrac{6{,}0}{1{,}0 \times 10^{-3}} = 6{,}0\times10^{-3}$ A = **6,0 mA**

Il faut exprimer $\dfrac{di}{dt} = \dfrac{d}{dt}[I\,(1 - e^{-t/\tau})] = \dfrac{d}{dt}(I) - \dfrac{d}{dt}(-\,e^{-t/\tau}) = 0 + \dfrac{1}{\tau}\,e^{-t/\tau}$ soit $\dfrac{di}{dt} = \dfrac{1}{\tau}\,e^{-t/\tau}$

On reporte $\dfrac{di}{dt}$ et i(t) dans le 1^er^ membre de l'équation différentielle

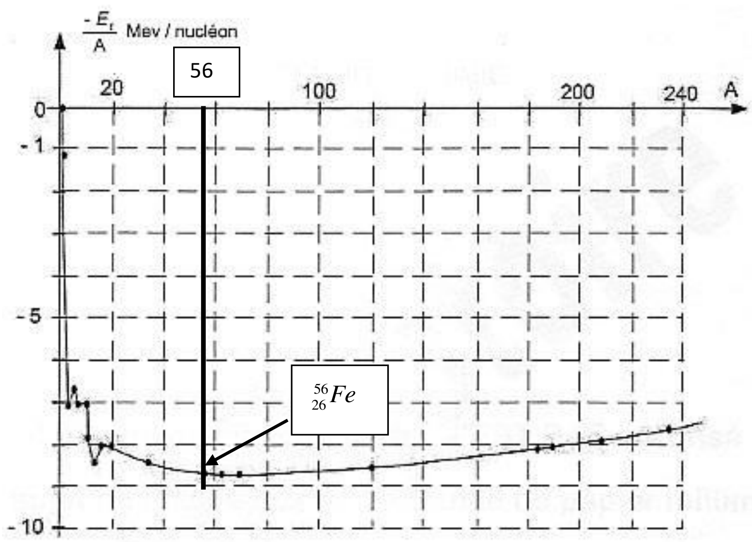
$\dfrac{1}{\tau}\,e^{-t/\tau} + \dfrac{1}{\tau}\,[I\,(1 - e^{-t/\tau})] = \dfrac{1}{\tau}\,e^{-t/\tau} - \dfrac{1}{\tau}\,e^{-t/\tau} + \dfrac{1}{\tau} \times I = \dfrac{I}{\tau} = \dfrac{E}{R} \times \dfrac{R}{L} = \dfrac{E}{L}$ (C.Q.F.D.)

Influence de différents paramètres.

- On va utiliser les valeurs de la constante de temps τ et les valeurs de l'intensité du courant en régime permanent.

Valeurs expérimentales	I régime permanent (A)	constante de temps τ (s)	Conclusion
graphe 1	$6{,}0\times10^{-3}$	$0{,}1\times10^{-3}$	**Expérience A**
graphe 2	$6{,}0\times10^{-3}$	$0{,}2\times10^{-3}$	**Expérience D**
graphe 3	12×10^{-3}	$0{,}2\times10^{-3}$	**Expérience C**
graphe 4	12×10^{-3}	$0{,}1\times10^{-3}$	**Expérience B**

Exercice I



Exercice II