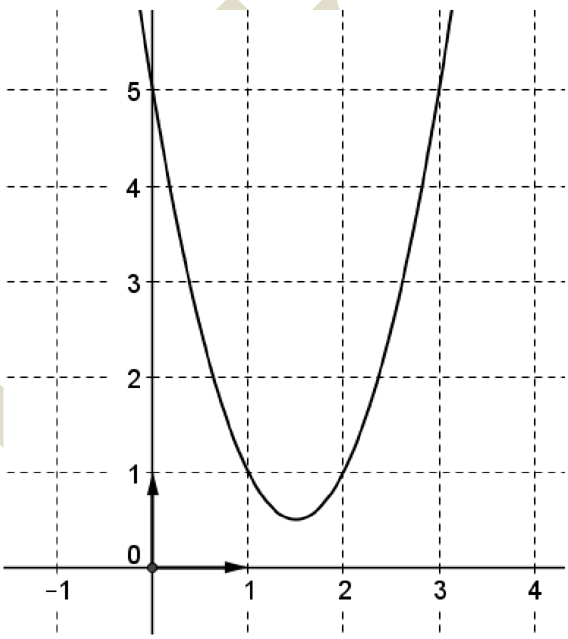
Lycée Tahar Sfar Mahdia	**Devoir de Synthèse n° 3** Mathématiques	Classes : 2 ème Sc 1
Date : 22 / 05 / 2018	Prof : Meddeb Tarek	Durée : 2 heures

NB : il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction et à la présentation.

Exercice n°1 : (6 pts)

On donne sur le graphique ci-contre la parabole $\mathscr{P}$, représentation graphique, dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$, d'une fonction f définie sur IR par : $f(x)=ax^2+bx+c$.



1) $a/$ Par lecture graphique, déterminer $f(0)$,
En déduire la valeur de c.
$b/$ Déterminer de même $f(1)$ et $f(2)$, en déduire que le couple $(a\,;b)$ est solution du système $S:\begin{cases} a+b=-4 \\ 2a+b=-2 \end{cases}$.
$c/$ Résoudre le système S, en déduire que :
$$f(x)=2x^2-6x+5.$$
$d/$ Vérifier que, pour tout $x\in IR$, $f(x)=2\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{1}{2}$. En déduire le sommet de $\mathscr{P}$.

2) On considère, dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ la droite $\Delta: y=x-2$ et le point $A(1\,;0)$.
$a/$ Soit M un point de Δ d'abscisse x. exprimer la distance AM en fonction de x et montrer que $AM^2=f(x)$.
$b/$ En déduire la valeur de x pour que la distance AM soit minimale.
$c/$ Calculer alors la distance du point A à la droite Δ.

Exercice n°2 : (7 pts)

Dans l'annexe ci-joint est représenté dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$, une partie de l'hyperbole C_f représentation graphique d'une fonction f définie sur $IR\setminus\{2\}$. Les droites Δ et Δ' sont les asymptotes de C_f.

1) $a/$ Achever la construction de C_f.
$b/$ Etablir le tableau de variations de f.
$c/$ Résoudre graphiquement : $f(x)\geq 0$.

2) Montrer que, pour tout $x \in IR \setminus \{2\}$, $f(x) = \dfrac{2x-2}{x-2}$.

3) Soit g la fonction définie sur IR par : $g(x) = -x^2 + 6x + c, \quad c \in IR$.

On désigne par C_g sa courbe représentative dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ de la feuille annexe.

$a/$ Déterminer c sachant que C_g passe par le point $B(2\,;3)$.

$b/$ Montre ensuite que, $g(x) = -(x-3)^2 + 4$ pour tout $x \in IR$.

$c/$ Tracer soigneusement C_g.

4) $a/$ Vérifier que, pour tout $x \in IR$, $x^3 - 8x^2 + 19x - 12 = (x-1)(x^2 - 7x + 12)$.

5) $b/$ Déterminer, par le calcul, les coordonnées des points d'intersection de C_f et C_g.

$c/$ Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) \leq g(x)$.

Exercice n°3 : *(7 pts)*

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

On considère les points $A(-1\,;3)$ et $B(5\,;7)$ et la droite $\Delta : 3x + 2y - 3 = 0$.

1) Montrer que A est le projeté orthogonal de B sur Δ.

2) Soit $\mathscr{C}$ l'ensemble des points $M(x\,;y)$ tels que : $x^2 + y^2 - 4x - 10y + 16 = 0$.

$a/$ Montrer que $\mathscr{C}$ est le cercle de centre $I(2\,;5)$ et de rayon $R = \sqrt{13}$.

$b/$ Vérifier que $[AB]$ est un diamètre de $\mathscr{C}$.

$c/$ Montrer que Δ est tangente à $\mathscr{C}$ en A.

3) Soient les point $C(1\,;0)$ et $C(6\,;-1)$.

$a/$ Montrer que les droites (AD) et (BC) sont perpendiculaires.

$b/$ La droite (BC) recoupe $\mathscr{C}$ en E, montrer que les points A, D et E sont alignés.

4) Soit m un réel non nul, on désigne par $\mathscr{C}_m$ le cercle de centre $I_m(-1+3m\,;3+2m)$ et de Rayon $R_m = |m|\sqrt{13}$.

$a/$ Montrer que, pour tout $m \in IR^*$, I_m .appartient à la droite (AB) privée du point A.

$b/$ Montrer que, pour tout $m \in IR^*$, $\mathscr{C}_m$ est tangente à Δ en A.

Bonne chance

FEUILLE ANEXE À RENDRE AVEC LA COPIE

Devoir de synthèse n° 3 *(22 – 05 – 2018)*

Nom et prénom :………………………………………………........ *Classe : 2 Sc 1*