

DEVOIR DE SYNTHÈSE N°3

MATHÉMATIQUES

Exercice 1 (4 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule réponse est correcte, cocher la bonne case.

Questions	Réponses
1. Soit (O, \vec{OI}, \vec{OJ}) un repère <u>orthonormé</u> . Si $E(2; -1)$ et $F(-1; 2)$ alors la distance EF est égale à	<input type="checkbox"/> $2\sqrt{3}$ <input type="checkbox"/> $3\sqrt{2}$ <input type="checkbox"/> 18
2. Soit $a \in \mathbb{R}$, les vecteurs : $\vec{U} \begin{pmatrix} 1 \\ a^2 \end{pmatrix}$ et $\vec{V} \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \end{pmatrix}$ sont colinéaires équivaut à	<input type="checkbox"/> $a = -2\sqrt{2}$ ou $a = 2\sqrt{2}$ <input type="checkbox"/> $a = -2$ ou $a = 2$ <input type="checkbox"/> $a = -\sqrt{2}$ ou $a = \sqrt{2}$
3. On donne les vecteurs : $\vec{AB} \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\vec{CD} \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \end{pmatrix}$; alors les droites (AB) et (CD) sont	<input type="checkbox"/> sécantes <input type="checkbox"/> confondues <input type="checkbox"/> strictement parallèles
4. Dans \mathbb{R}^2 , le système $(S) : \begin{cases} x + 3y = 1 \\ 2x + 6y = -2 \end{cases}$	<input type="checkbox"/> admet une unique solution <input type="checkbox"/> admet une infinité de solutions <input type="checkbox"/> n'admet aucune solution

Exercice 2 (4 points)

1. Résoudre, dans \mathbb{R}^2 , le système d'équations suivant :

$$(S) : \begin{cases} 3x + 5y = 230 \\ 2x + 3y = 150 \end{cases}$$

2. Une salle de cinéma propose à ses clients deux sortes de spectacles : pièces de théâtre ou concert.

Toutes les places sont au même prix mais le tarif n'est pas le même s'il s'agit d'une pièce de théâtre ou s'il s'agit d'un concert. Hamdi réserve 2 places pour une pièce de théâtre et 3 places pour un concert, il paie 150 DT. Ramzi réserve 3 places pour une pièce de théâtre et 5 places pour un concert, il paie 230 DT.

a/ Écrire le système d'équations qui modélise la situation ci-dessus.

b/ En déduire le tarif d'une pièce de théâtre et celui d'un concert.

Exercice 3 (7 points)

Le plan \mathcal{P} étant rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{OI}, \vec{OJ}) .

On donne les points : $A(-8; 4)$, $B(-2; 7)$, $C(6; 3)$ et $D(3; -3)$.

1. Placer les points $A; B; C$ et D dans le repère (O, \vec{OI}, \vec{OJ}) .

2. a/ Déterminer les coordonnées du point E pour que le quadrilatère $OCDE$ soit un parallélogramme puis le placer dans le repère précédent.
- b/ Déterminer les composantes des vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{OC} et \overrightarrow{ED} .
- c/ Déterminer, en justifiant la réponse, la nature du quadrilatère $OABC$.
3. a/ Déterminer, en justifiant la réponse, l'image du triangle AOE par la translation de vecteur \overrightarrow{AB} .
- b/ Montrer que $OCDE$ est un losange et que $ABDE$ est un rectangle.
- c/ Montrer que les droites (AO) et (OE) sont perpendiculaires.
- d/ En déduire, en unité d'aire, l'aire du triangle OAE .

Exercice 4 (5 points)

Soit Δ une droite munie d'un repère cartésien (O, \overrightarrow{OI}) tel que $OI = 1$

1. Placer sur Δ les points $A; B; C$ et D définis par :

$$\overrightarrow{OA} = -3\overrightarrow{IO}; \overline{BA} = -3; \overline{AC} = \overline{BO} \text{ et } \overrightarrow{OC} = \frac{3}{8}\overrightarrow{AD}.$$

2. Montrer que A est le symétrique de C par rapport à O .
3. Exprimer le vecteur \overrightarrow{AC} en fonction de \overrightarrow{DB} .
4. a/ Soit M un point de Δ d'abscisse un réel x . Déterminer x pour que l'on ait : $MA > \overline{DC}$.
- b/ Déterminer l'ensemble des points M de la droite Δ tels que : $DM = 3$.