

<i>Lycée Houmet Souk</i>	<i>Devoir de Contrôle N : 3</i>	<i>4 Mathématique 1</i>
<i>Prof: Loukil Mohamed</i>	<i>Durée : 2 Heures</i>	<i>23 - 04 - 2019</i>

(Pour les exercices 1 et 2 Les calculs seront arrondis à 10^{-4} près)

EXERCICE N : 1 (5 points)

Le tableau ci-contre indique le teneur de l'aire en dioxyde de carbone (CO_2) observé depuis le début de l'ère industrielle . La variable X désigne le rang de l'année et Y la teneur en CO_2 en cette année .

Année	1800	1850	1900	1950	2000
Rang X	0	50	100	150	200
Y	275	290	315	360	429

A) 1) Construire , dans un repère orthogonal , le nuage des points de la série double (X, Y) .

(1 cm en abscisse pour $X = 50$ et 1 cm en ordonné pour $Y = 20$)

2) Déterminer une équation de la droite Δ de régression de Y en X par la méthode des moindres carrés

3) En utilisant cet ajustement , donner une estimation de la teneur en CO_2 pour l'année 2019 .

B) La forme du nuage des points permet d'envisager un ajustement exponentiel .

Pour cela on pose : $Z = \ln (Y - 250)$.

Rang X	0	50	100	150	200
Z					

1) En utilisant le tableau précédent reproduire et compléter le tableau ci-contre .

2) a) Calculer le coefficient de corrélation r de la série (X, Z) .

b) Justifier quand peut envisager un ajustement linéaire de la série (X, Z) .

3) a) Déterminer une équation de la droite D de régression de Z en X .

b) Dédire que : $Y = 250 + 24.6382 e^{0.0099x}$.

c) Selon ce modèle , qu'elle teneur en CO_2 peut-on estimer pour l'année 2019 ?

EXERCICE N : 2 (3.75 points)

Un animateur fabrique des appareils électroniques .Il achète , pour cela, 50 composants .

En apparence tous les composants sont identiques mais certains d'eux présentent un défaut .

On estime que la probabilité qu'un composant soit défectueux est égal à 0.02 .

1) Soit X la variable aléatoire qui prend pour valeur le nombre de composants défectueux parmi les 50

a) Calculer $P (X = 1)$ et $P (X \geq 1)$.

b) Calculer le nombre moyen de composants défectueux parmi les 50 achetés .

2) On suppose la durée de vie Y (en heures) de chaque composant suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0.005$.

a) Calculer la probabilité que la durée de vie d'un composant défectueux dépasse 1000 heures .

b) On désigne par F la fonction de répartition de Y . Exprimer $F (x)$ pour tout réel x .

3) Durant la soirée, l'animateur dispose d'un CD "Musique classique" dont la durée est de 45 minutes .

On note par Z l'aléa numérique qui donne (en minutes) le temps écoulé entre la mise en marche du CD et le changement de la musique . On suppose que Z suit une loi uniforme sur $[0 ; 45]$.

a) Qu'elle est la probabilité qu'un spectateur écoute la musique classique plus que 10 minutes ?

b) Sachant qu'après 5 minutes le spectateur écoute la musique classique ,qu'elle est la probabilité qu'il entend encore ce type de musique plus qu'une demi-heure ?

EXERCICE N : 3 (5.75 points)

$ABCDEFGH$ et $ABCDIJKL$ sont deux cubes d'arêtes 1 .

On muni l'espace ξ du repère orthonormé direct $(A , \overline{AB} , \overline{AD} , \overline{AE})$.

1) Calculer $\overline{AJ} \wedge \overline{AK}$ puis déduire une équation cartésienne du plan (AJK) .

2) Soit $(S) = \{ M(x , y , z) \in \xi \text{ tels que : } x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = 0 \}$.

a) Montrer que (S) est la sphère de centre C et préciser son rayon R .

b) Prouver que (S) et (AJK) sont sécants suivant un cercle (\mathcal{C}) dont on précisera le centre H et le rayon r .

c) Montrer que le volume du cône de révolution de base (\mathcal{C}) et de sommet C est $V = \frac{\pi\sqrt{2}}{12} (u.v)$

3) Soit a un réel de $] 0 ; \frac{1}{2} [$ et b un réel non nul .

On donne les points $M(2a , 0 , 0)$, $N(1 - a , 1 , 0)$ et $Q(0 , 0 , b)$.

a) Montre que : $\overline{MN} \wedge \overline{MQ} = b \overline{AB} + b(3a - 1) \overline{AD} + 2a \overline{AE}$.

b) En déduire les valeurs de a et b pour que les plans (MNQ) et (AJK) soient strictement parallèles

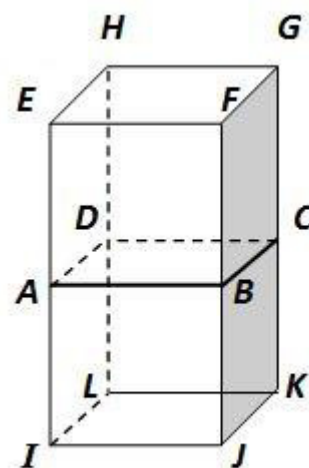
4) Pour la suite on prend : $a = \frac{1}{3}$ et $b = \frac{2}{3}$.

Soit h l'homothétie de centre I qui transforme A en Q .

La droite (QM) coupe (IJ) au point J' .

a) Prouver que : $h(J) = J'$.

b) La droite (IM) coupe le plan (AJK) au point M' . Montrer que M' , A et J sont alignés .



EXERCICE N : 4 (5.5 points)

A) On considère dans \mathbb{Z}^2 l'équation (E') : $3X - 7Y = 2$.

1) Vérifier que $(3, 1)$ est une solution de (E') .

2) Résoudre dans \mathbb{Z}^2 l'équation (E') .

Lettre	A	E	I	N	U	S	T
L'entier	0	1	2	3	4	5	6

B) On décide de coder un message formé par les lettres : **A, E, I, N, U, S** et **T** en procédant comme suit : à chaque lettre on associe un entier compris entre 0 et 6 selon le tableau ci-dessus .

Puis on choisit deux entiers **a** et **b** tel que 7 ne divise pas **a** et on désigne par **n** l'entier associé à une lettre du tableau , on note par **R(n)** le reste de la division euclidienne de $(na + b)$ par 7 .

Chaque lettre du tableau ,où l'entier associé est **n** ,est dite codée par la lettre associée à l'entier **R(n)**

Exemple : si **a** = 11 et **b** = 2 , pour la lettre **N** est associé **n** = 3 donc $na + b = 35 \Rightarrow R(n) = 0$, on dit que **N** est codée par **A** ou encore **A** est décodée par **N** .

1) Soient **p** et **q** deux entiers associés à deux lettres du tableau . Montrer que $R(p) = R(q)$ alors $p = q$.

2) On ne connaît pas les entiers **a** et **b** mais on sait que **I** est codée par **U** et **S** est codée par **T** .

a) Justifier que les entiers **a** et **b** vérifient le système suivant : (S') $\begin{cases} 2x + y \equiv 4[7] \\ 5x + y \equiv 6[7] \end{cases}$

b) Résoudre dans \mathbb{Z}^2 le système (S') .

c) Déduire les couples (a, b) tels que $10 \leq a \leq 20$ et $10 \leq b \leq 20$.

3) On suppose que : **a** = 17 et **b** = 19 .

a) Montrer que pour tout entier **n** associé à une lettre du tableau on a : $n \equiv 3 + 5R(n) [7]$.

b) Déduire alors le décodage du message « **INAUTUE** » .

