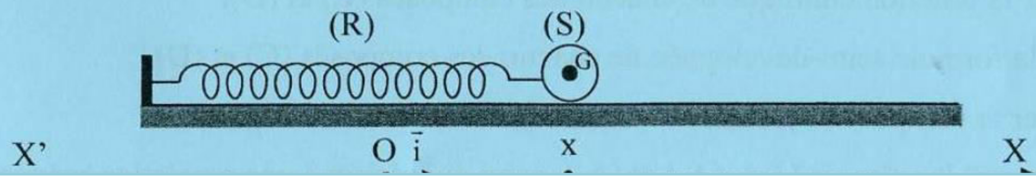
Physique : Thème : Oscillations mécaniques libres

Exercice n°1 : contrôle Bac Sport 2017

Un pendule élastique est formé d'un solide (S), supposé ponctuel, de masse m attaché à l'une des extrémités d'un ressort élastique (R) à spires non jointives, de masse supposée nulle et de raideur $k = 20\ N.m^{-1}$. L'autre extrémité du ressort est fixe et le solide (S) peut glisser sans frottement sur un plan horizontal.

La position du centre d'inertie G du solide (S) est repérée par son élongation x dans un repère $(O, \vec{i})$ où O est la position de G lorsque le solide (S) à l'équilibre et $\vec{i}$ un vecteur unitaire porté par l'axe (X'X) comme l'indique la figure 1.



Pour étudier le mouvement de (S), on l'écarte à l'instant t = 0, d'une distance d = 2 cm de sa position d'équilibre et on l'abandonne sans vitesse initiale.

1) a- Reproduire, sur la copie à remettre, le schéma de la figure 1 et représenter les forces extérieures qui s'exercent sur (S) à l'instant t .

b- Montrer que l'équation différentielle qui régit le mouvement de (S) s'écrit sous forme :

$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$ en précisant l'expression de ω_0.

2) La courbe de la figure 2 donne l'évolution de l'élongation x de G au cours du temps.

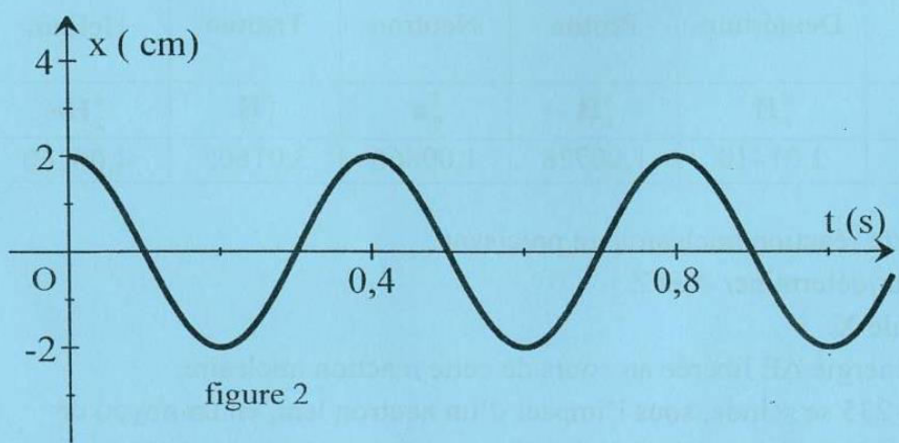


figure 2

a- Donner l'équation horaire de l'oscillateur harmonique étudié en fonction de l'amplitude X_{max}, la période propre T_0 et la phase initiale φ_0.

b- Déterminer, à partir de cette courbe :

- l'amplitude X_{max} des oscillations de G ;
- la période propre T_o des oscillations de G ;
- la phase initiale φ_0 .

3) a- Ecrire, à un instant t, l'expression :

- de l'énergie cinétique E_c du solide (S) en fonction de m et de la vitesse instantanée v.
- de l'énergie potentielle E_p du système {solide, ressort, terre} en fonction de k et x sachant que l'énergie potentielle de pesanteur, à tout instant, est nulle.

b- Déduire l'expression de l'énergie mécanique E du système {solide, ressort, terre}.

c- Calculer, en se référant à la courbe de la figure 2, l'énergie mécanique E_0 à l'instant $t_0 = 0$ et l'énergie mécanique E_1 à l'instant $t_1 = 0,2$ s du système {solide, ressort, terre}.

d- Déduire, en le justifiant, si ce système est conservatif ou bien non conservatif.

Exercice n°2 : contrôle Bac Sport 2016

On considère un pendule élastique constitué par :

- Un solide (S), supposé ponctuel, de masse m ;
- Un ressort (R), à spires non jointives, de masse supposée négligeable et de raideur $k = 25\ N.m^{-1}$.

L'une des extrémités du ressort (R) est maintenue fixe. A l'autre extrémité on accroche le solide (S). Celui-ci peut osciller horizontalement autour de sa position d'équilibre.

La position du centre d'inertie G de (S) est repérée, à chaque instant, dans le repère $(O, \vec{i})$ par son élongation x ; O étant la position de G à l'équilibre et $\vec{i}$ un vecteur unitaire porté par l'axe x'x comme l'indique la figure -1-.

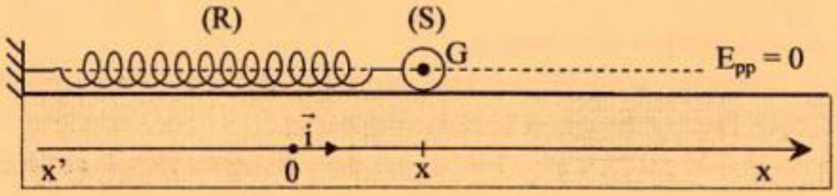


Figure -1-

On écarte (S) de sa position d'équilibre d'une distance $d = X_{m0}$ dans le sens des élongations positives et on l'abandonne, sans vitesse initiale, à t = 0 s.

I- Les oscillations sont supposées non amorties (frottements supposés négligeables). Des mesures expérimentales ont permis de déterminer :

- L'élongation maximale des oscillations de G, $X_{m0} = 0,04$ m;
- La période propre des oscillations de G, $T_0 = 0,2$ s.

1) a- Reproduire la figure-1- et représenter les forces exercées sur (S),

b- Etablir l'équation différentielle du mouvement du centre d'inertie G de (S).

2) a- Déduire la nature du mouvement de (S).

b- Ecrire, en fonction de X_{m0}, ω_0 et φ_0 l'équation horaire du mouvement de (S) ; ω_0 et φ_0 étant respectivement la pulsation propre et la phase initiale du mouvement de (S).

c- Déterminer les valeurs de ω_0 et φ_0. En déduire la masse m de (S).

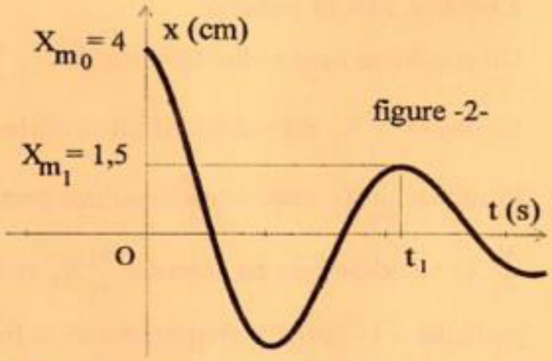
II- En réalité, le solide (S) est soumis à des forces de frottement visqueux équivalentes à une force $\vec{f} = -h\,\vec{v}$; où h est une constante positive et $\vec{v}$ le vecteur vitesse instantanée de G.

L'enregistrement de l'évolution, au cours du temps, de l'élongation x du centre d'inertie G donne la courbe de la figure -2-.

1) Préciser le nom du régime d'oscillation dans ce cas.

2) a- Donner l'expression de l'énergie mécanique E du système {solide, ressort, terre} en fonction de k, x, m et v.
On prendra l'énergie potentielle de pesanteur nulle (Epp = 0) au niveau du plan horizontal passant par le centre d'inertie G.

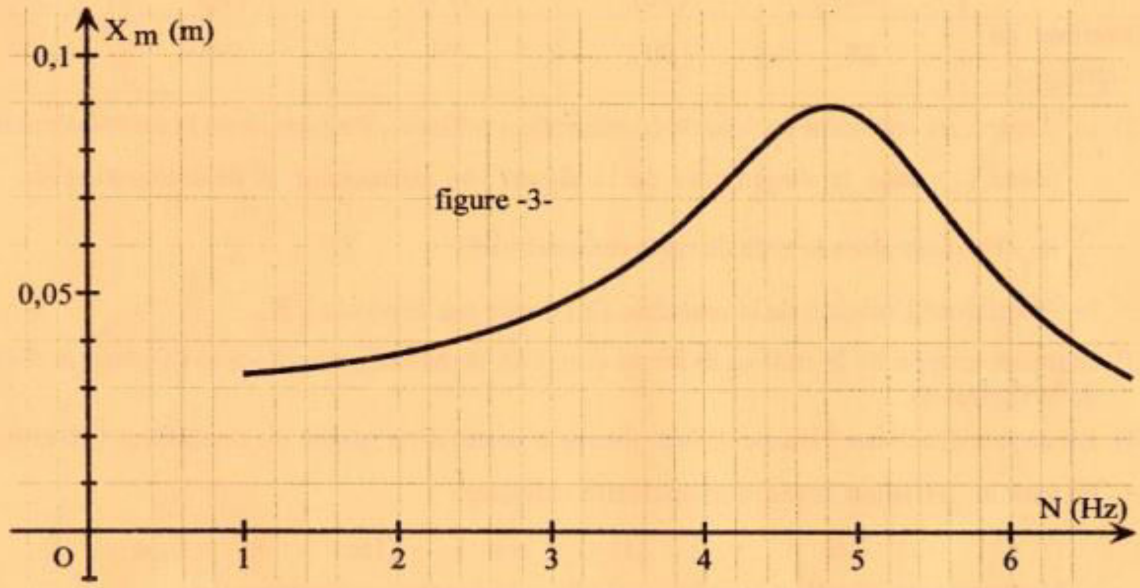
b- Justifier, qu'à t = 0 s, l'énergie mécanique de ce système s'écrit $E_0 = \frac{1}{2}kX_{m_0}^2$.



c- Calculer les valeurs E_0 et E_1 de l'énergie mécanique respectivement aux instants $t_0 = 0$ s et $t = t_1$.

d- Déduire que ce système est non conservatif.

3) Le pendule est maintenant, soumis à des excitations sinusoïdales de fréquence N réglable. L'évolution de l'amplitude X_m en fonction de la fréquence N des excitations a permis de tracer la courbe de la figure -3-.



a- Préciser le nom du phénomène mis en évidence lorsque X_m atteint sa valeur la plus élevée notée X_{mr}.

b- Déterminer, à partir du graphe, la valeur de X_{mr} ainsi que celle de la fréquence N_r correspondante.

Exercice n°3 : contrôle Bac Sport 2015

Un solide (S), supposé ponctuel, de masse m = 225g est attaché à l'une des extrémités d'un ressort élastique (R), l'autre extrémité est maintenue fixe. Ce ressort est à spires non jointives, de masse négligeable devant m et de raideur $k = 25\ N.m^{-1}$. Le mouvement de (S) s'effectue sans frottements sur un plan **horizontal**.

La position du centre d'inertie G de (S) est repérée, au cours du temps, par son abscisse x(t) dans un repère $(O, \vec{i})$; O est la position d'équilibre de G et $\vec{i}$ est le vecteur unitaire porté par l'axe x'x comme l'indique la figure 1.

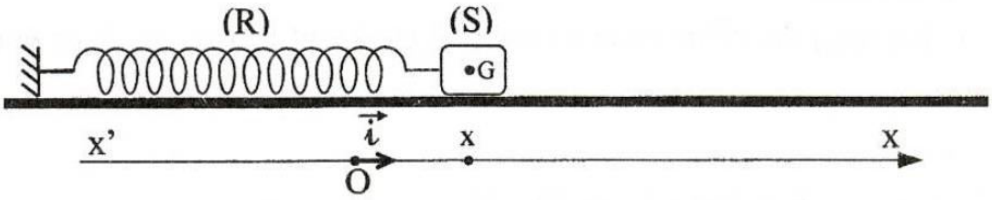


figure 1

On écarte (S) de sa position d'équilibre d'une distance d et on le lâche sans vitesse initiale à l'instant t = 0.

Un dispositif expérimental, permet d'enregistrer l'évolution temporelle de l'abscisse x(t) de G. On obtient la courbe de la figure 2.

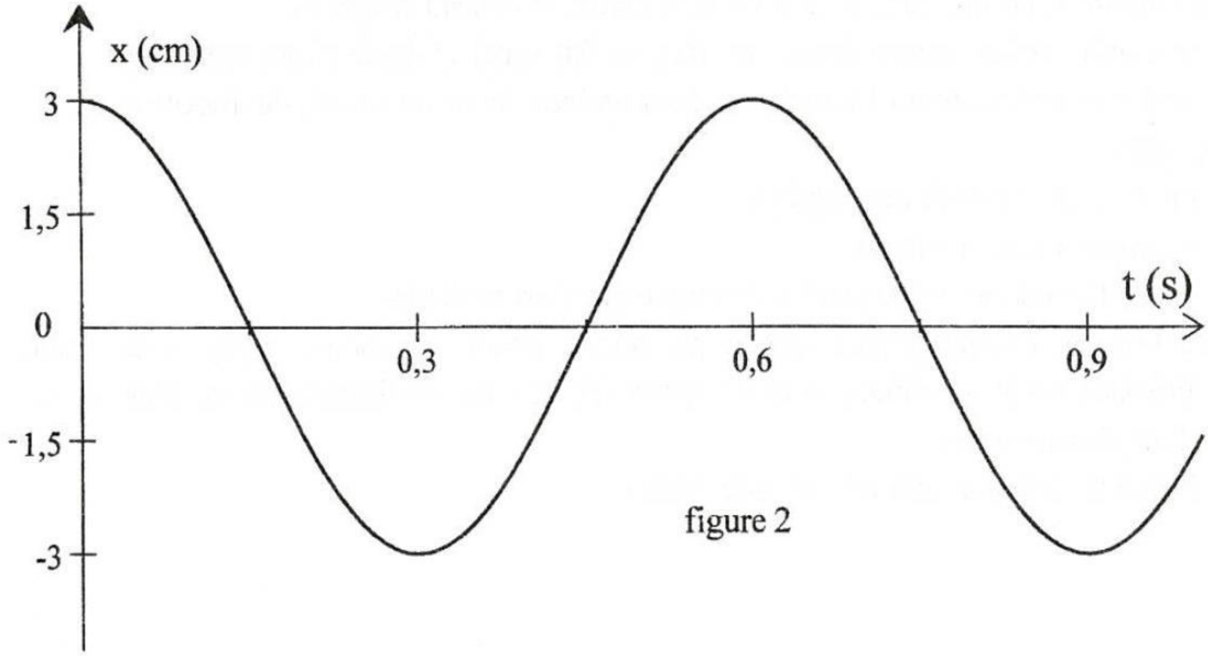


figure 2

1) Déterminer, à partir de la courbe de la figure 2 :

a- l'état du ressort à l'instant t = 0 (comprimé, allongé ou non déformé) ;

b- la nature du mouvement de (S) ;

c- la valeur de l'amplitude X_m des oscillations de G ;

d- la valeur de la période T_0 de ces oscillations.

2) Préciser, en le justifiant, si les oscillations de G sont libres non amorties, libres amorties ou forcées.

3) a- Calculer la valeur de l'énergie mécanique E_0 du système {solide (S), ressort (R)} à l'instant t = 0.

b- Montrer que le système {solide (S), ressort (R)} est conservatif.

c- Déduire la valeur de la vitesse $\vec{V}_1$ de (S) lors de son premier passage par sa position d'équilibre.

Un pendule élastique est constitué d'un solide (S) de masse m et d'un ressort (R) à spires non jointives, de masse négligeable devant m et de raideur $K = 50\ N.m^{-1}$.
Le solide (S) est lié à l'une des extrémités du ressort (R). L'autre extrémité de ce ressort est fixée à un support (P).

Pour étudier le mouvement du centre d'inertie G du solide (S), on repère son élongation x(t), à un instant t, dans un repère $(O, \vec{i})$; O est la position de G lorsque le solide (S) passe par sa position d'équilibre et $\vec{i}$ est un vecteur unitaire porté par un axe x'x comme l'indique la figure 1.

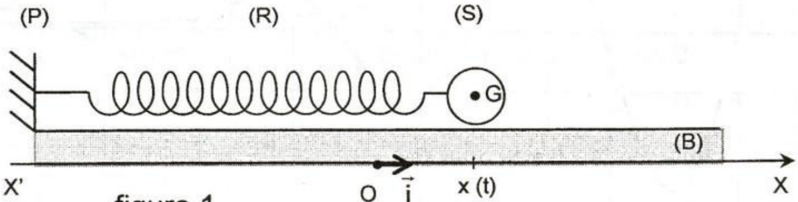


figure 1

I- Le solide (S) peut osciller sur un banc à coussin d'air (B) en absence de tout type de frottement. On l'écarte d'une distance d à partir de sa position d'équilibre et on le lâche sans vitesse initiale à l'instant $t_0 = 0$, pris comme origine des temps.

1) a- Montrer que le mouvement de G est régit par l'équation différentielle :

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \frac{K}{m}x(t) = 0.$$

En déduire la nature du mouvement du solide (S).

b- L'élongation x(t) de G vérifie, à chaque instant, la loi horaire $x(t) = 4 10^{-2} \sin(4\pi t + \frac{\pi}{2})$,

où x (t) est exprimée en mètre.

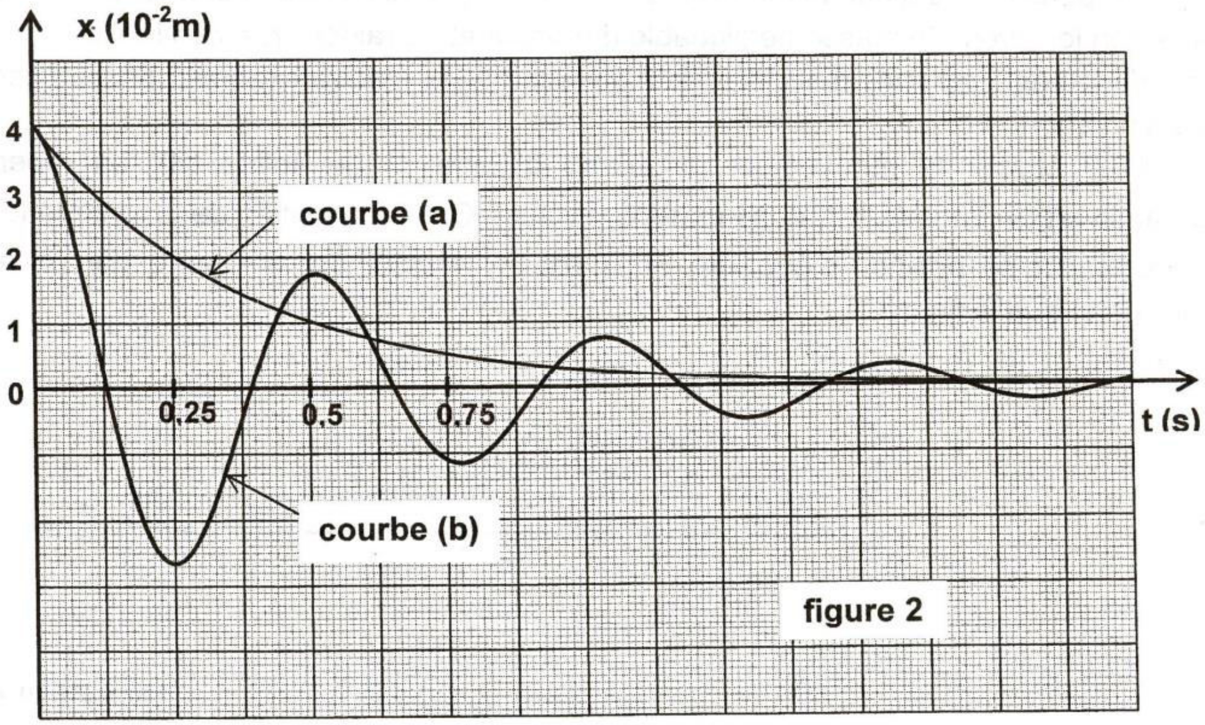
Préciser les valeurs :

- de l'élongation maximale X_m des oscillations de G ;
- de la période propre T_0 des oscillations de G ;
- de la phase initiale φ_0 du mouvement de (S).

2) Déduire la masse m du solide (S). On prendra $\pi^2 = 10$.

3) Déterminer la valeur V_m de la vitesse maximale de G lorsque le solide (S) passe par sa position d'équilibre.

II- Le solide (S) est maintenant soumis à une force de frottement visqueux $\vec{f} = -h\,\vec{v}$ ou h est une constante positive et $\vec{v}$ est le vecteur vitesse instantané de G.
Un dispositif approprié permet d'obtenir les courbes (a) et (b) de la figure 2 traduisant l'évolution de l'élongation x (t) de G au cours du temps respectivement, pour $h = h_1 = 4\ N.s.m^{-1}$ et $h = h_2 = 12\ N.s.m^{-1}$.



Exercice n°5: Principale Bac Sport 2011

Un solide (S) de masse m = 310 g est attaché à l'une des extrémités d'un ressort élastique (R) à spires non jointives, de masse négligeable devant m et de raideur k. L'autre extrémité du ressort est fixe. Le solide (S) peut osciller horizontalement sur une table à coussin d'air sans frottement solide.

La position du centre d'inertie G du solide (S) est repérée, à chaque instant, dans un repère $(O,\vec{i})$, par son élongation x ; O étant la position d'équilibre de G et $\vec{i}$ un vecteur unitaire porté par l'axe (x'x) du ressort (R) (voir figure 1).

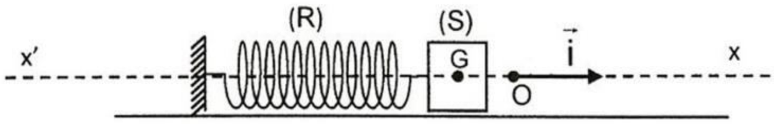
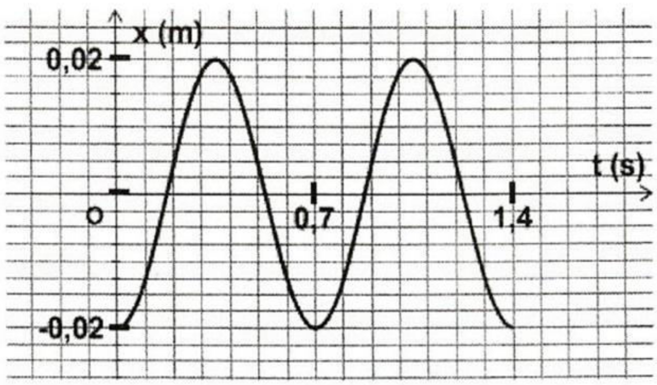


figure 1

I- On écarte (S) de sa position d'équilibre et on l'abandonne à lui-même. Un système d'acquisition approprié enregistre l'évolution de l'élongation x de G au cours du temps. On obtient alors la sinusoïde de la figure 2.

1) Préciser la nature du mouvement du centre d'inertie G de (S).
2) Déterminer, à partir de la courbe de la figure 2 :
   - l'élongation maximale X_m.
   - la valeur T_o de la période propre des oscillations de G.
   - la phase initiale φ_o du mouvement de G.
3) Calculer la raideur k du ressort (R).



II- Après un certain nombre d'oscillations et à une date t_0, on fait subir à (S) l'action d'une force de frottement visqueux. La courbe de la figure 3 montre l'évolution de l'élongation x de G au cours du temps t.

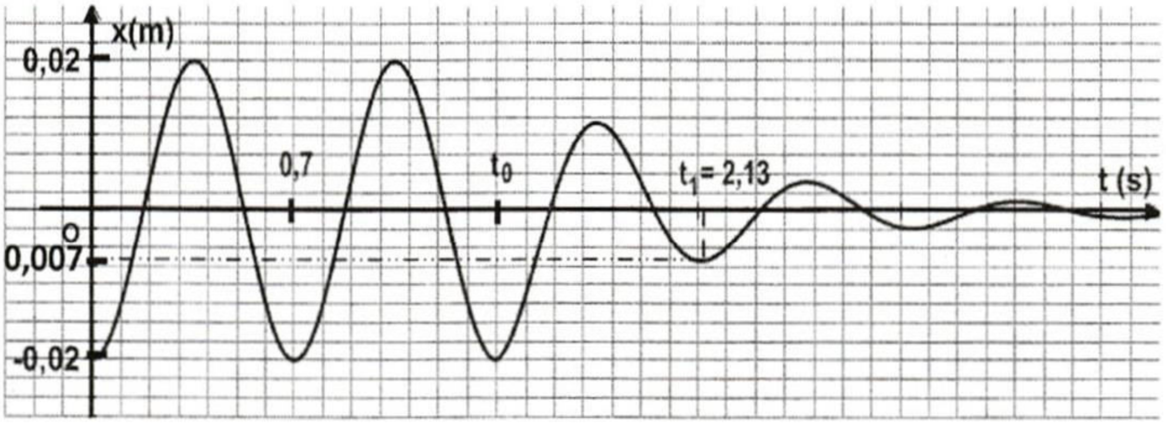


Figure 3

1) a) Indiquer le type d'oscillations observées à partir de la date t_0.

b) Donner le nom du régime oscillatoire correspondant.

2) a) Déterminer, à partir de la courbe de la figure 3, la pseudo-période T des oscillations de (S) après la date t_0.

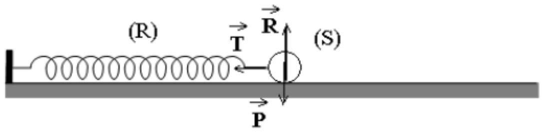
b) Comparer la pseudo-période T à la période propre T_o de l'oscillateur.

3) a) Déterminer les valeurs des énergies E_o et E_1 respectivement aux instants de dates t_o et $t_1 = t_o + T$.

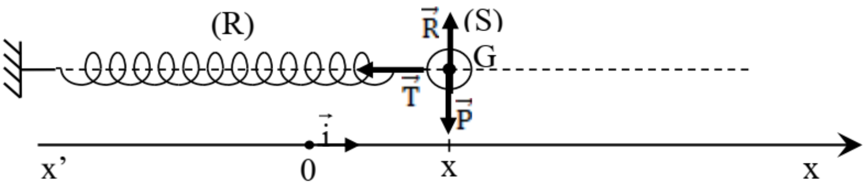
b) La variation de l'énergie mécanique de l'oscillateur entre ces deux instants confirme-t-elle la réponse à la question II-1) b ? Justifier la réponse.

Correction de la SERIE N°5 mécaniques libres BAC SPORT

Exercice n°1 : contrôle Bac Sport 2017

1)	a-	
	b-	$R.F.D : \vec{T}+\vec{P}+\vec{R}=m\vec{a}$ $-kx = m\dfrac{d^2x}{dt^2} \Rightarrow \dfrac{d^2x}{dt^2}+\dfrac{k}{m}x=0$ $\dfrac{d^2x}{dt^2}+\omega_0^2x=0$ avec $\omega_0=\sqrt{\dfrac{k}{m}}$
2)	a-	$x(t)=X_{max}\sin(\dfrac{2\pi}{T_0}t+\varphi_0)$
	b-	$X_{max}= 2.10^{-2}$ m $T_o= 0,4$ s à t=0 $x= X_{max}\sin(\varphi_o)= X_{max} \Rightarrow \varphi_o = \dfrac{\pi}{2}$ rad.
3)	a-	$Ec=\dfrac{1}{2}m.v^2$ $Ep=Ep_e+Ep_p=\dfrac{1}{2}k.x^2$
	b-	$E=Ec+Ep=\dfrac{1}{2}m.v^2+\dfrac{1}{2}k.x^2$
	c- d-	à t_0 : $x = X_{max}$ et $v = 0$ $E = Ec = \dfrac{1}{2}k.X_{max}^2$ $E_0 = 4.10^{-3}$ J à t_1 : $x = -X_{max}$ et $v = 0$ $E = Ec = \dfrac{1}{2}k.X_{max}^2$ $E_1 = 4.10^{-3}$ J $E_0 = E_1$ => système conservatif

Exercice n°2: contrôle Bac Sport 2016

I- 1)		
		$\sum \vec{F} = m.\vec{a} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{T}$ projection sur x'x: $m\dfrac{d^2x}{dt^2} = -kx \Rightarrow \dfrac{d^2x}{dt^2} + \dfrac{k}{m}x = 0$
I- 2)	a-	Mouvement rectiligne sinusoïdal
	b-	$x(t) = X_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$
	c-	$\omega_0 = \dfrac{2\Pi}{T_0} = 10\,\Pi \text{ rad.s}^{-1}$ $\quad x(0) = X_m = X_m \sin\varphi_0$ alors $\varphi_0 = \dfrac{\Pi}{2}$ rad
II- 1)		régime pseudopériodique
II- 2)	a-	$E = E_C + E_P = E_C + E_{Pe} + E_{PP}$ $\quad E = \dfrac{1}{2}mv^2 + \dfrac{1}{2}kx^2$
	b-	A $t = 0s$, $v_0 = 0$ et $x = X_{m0}$ alors $E = E_0 = \dfrac{1}{2}kX_{m0}^2$
	c-	A $t = 0s$, $E = E_0 = \dfrac{1}{2}kX_{m0}^2$ $\quad$ A.N : $E_0 = 200.10^{-4}$ J A $t = t$ s, $E = E_1 = \dfrac{1}{2}kX_{m1}^2$ $\quad$ A.N : $E_1 = 28{,}125.10^{-4}$ J
	d-	E décroit au cours du temps donc ce système est non conservatif
II- 3)	a-	Résonnance d'élongation
	b-	$X_{mr} = 9$ cm $\quad N_r = 4{,}8$ Hz

Exercice n°3 : contrôle Bac Sport 2015

1-a-le ressort est allongé.

b-le mouvement de (S) est rectiligne sinusoïdal

c- $X_m = 3$cm

d- $T_0 = 0{,}6$ s

2- les oscillations de G sont libres non amorties. Absence d'excitateur et d'amortissement

3-a- $E_0 = E_c (\text{à } t=0) + E_{pe} (\text{à } t=0) = \dfrac{1}{2}mV_0^2 + \dfrac{1}{2}Kx_0^2 = \dfrac{1}{2}Kx_0^2 = \dfrac{1}{2}Kx_m^2$

A.N: $E_0 = 0{,}01125$ J

Exercice n°4 : Principale Bac Sport 2012

I-1.a

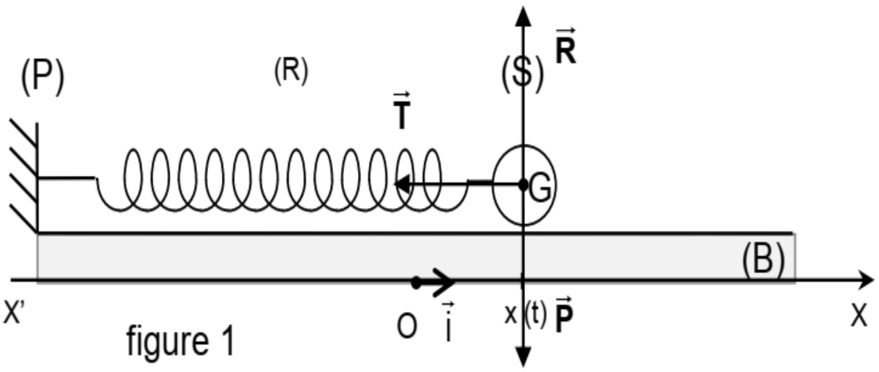


figure 1

On applique la **RFD**: $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}$

Projetons sur l'axe x'x, on aura $-Kx = m\dfrac{d^2x(t)}{dt^2}$ d'où $\dfrac{d^2x(t)}{dt^2} + \dfrac{K}{m}x(t) = 0$

C'est l'équation d'un mouvement sinusoïdale et (S) oscille suivant une droite, alors le mouvement de (S) est un mouvement rectiligne sinusoïdal.

b. $X_m = 0,04$ m ; $\omega_0 = 4\pi$ rad.s^{-1} alors $T_0 = \dfrac{2\pi}{\omega_0} = 0,5$s ; $\varphi_0 = \pi/2$ rad.

2. $m = \dfrac{K}{\omega_0^2}$ A.N: $m = \dfrac{\mathbf{50}}{\mathbf{60}}$ kg = 0,3125 kg.

3. $V_m = \omega_0 X_m$ A.N: $V_m = 0,5$ m.s^{-1}.

II- 1.a- La courbe (**b**) correspond au régime pseudo-périodique

La courbe (**a**) ne présente aucune oscillation.

b- T correspond à une oscillation, **T = 0,51s**.

2.a- Le régime apériodique

b- La courbe(a) correspond au frottement visqueux le plus important (correspond à h_2).

Exercice n°5 : Principale Bac Sport 2011

I-1) (S) est soumis à son poids $\vec{P}$, à la réaction $\vec{R}$ du plan (opposée à $\vec{P}$) et à la tension $\vec{T}$ du ressort. D'après le théorème du centre d'inertie : $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}$

Par projection sur (x'x) on obtient : $- k.x = m\dfrac{d^2x}{dt^2}$ ou encore $m\dfrac{d^2x}{dt^2} + k.x = 0$; équation différentielle d'un mouvement sinusoïdal

Comme les oscillations de (G) se font suivant une droite donc son mouvement est rectiligne sinusoïdal.

2) $X_m = 2.10^{-2}$ m = 2 cm, $T_0 = 0{,}7$s

$x(t) = X_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$; $x(0) = X_m \sin(\varphi_0) = - X_m \Rightarrow \varphi_0 = -\dfrac{\pi}{2}$ rad

3) $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{K}} \Rightarrow k = \dfrac{4.\pi^2.m}{T_0^2}$ A.N : $k = 25\ N.m^{-1}$

II- 1) a) Les oscillations de (S) sont libres et amorties.

b) Il s'agit d'un régime pseudopériodique.

2) a) $T = t_1 - t_0 = 2{,}13 - 1{,}4 = 0{,}73$s

b) T légèrement supérieure à T_0

3) a) $E_0 = \dfrac{1}{2}K.x^2(t_0) = 5.10^{-3}$ J $\qquad E_1 = \dfrac{1}{2}K.x^2(t_1) = 6{,}125.10^{-4}$ J

b) $\Delta E = E_1 - E_0 < 0$ donc, à partir de t_0, E décroît au cours du temps, ce qui confirme la réponse à la question II- 1) b).