

**Exercice 1** 😊 Soit  $f$  et  $g$  deux fonctions définies sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = e^x + \frac{1}{e^x}$  et  $g(x) = e^x - \frac{1}{e^x}$

Montrer que  $f$  est paire et  $g$  est impaire

**Exercice 2** 😊 Calculer les limites suivantes :

1)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{x \ln(\frac{1}{x} + 1)}$  ; 2)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \ln(\frac{e^x - 1}{x})$  ; 3)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} \ln(1 + e^{2x})$  ; 4)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos x}{x^2}$

4)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x - x)$  ; 5)  $\lim_{x \rightarrow 1} (\frac{e^x - e}{x - 1})$  ; 6)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + \frac{1}{x})^x$  😊

**Exercice 3** 😊

Soit la fonction  $f$  définie sur  $[0, +\infty[$  par :  $f(x) = e^{\sqrt{x}} + 1$

- 1) a/ Etudier la dérivabilité de  $f$  à droite en 0 . Interpréter  
b/ Etudier les variations de  $f$
- 2)  
Tracer la courbe (C) de  $f$  dans un plan rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$
- 3) a/  
Montrer que  $f$  est une bijection de  $[0, +\infty[$  sur un intervalle  $J$  que l'on précisera  
on note  $g = f^{-1}$ . Tracer la courbe (C') de  $g$  dans le même repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$   
b/ Montrer que  $\forall x \in [2, +\infty[ , g(x) = \ln^2(x - 1)$
- 4) a/ Calculer à l'aide de deux intégrations par parties l'intégrale  $J = \int_2^{e+1} g(x) dx$   
b/ Que représente  $J$  graphiquement ?
- 5) Soit  $A$  l'aire de la partie du plan limitée par (C), l'axe des abscisses et les droites  $x = 0$  et  $x = 1$   
a/ Montrer que  $A + 1 = e + 1$   
b/ En déduire  $A$

**Exercice 4** 😊 Soit la fonction numérique à variable réelle définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$\begin{cases} f(x) = (x - 1) \ln(1 - x) & \text{si } x < 1 \\ f(x) = (x - 1)e^x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

- 1) a/ Montrer que  $f$  est continue en 1  
b/ Etudier la dérivabilité à gauche et la dérivabilité à droite en 1  
Interpréter graphiquement le résultat
- 2) a/ Etudier les variations de  $f$ .  
b/ Tracer la courbe (C) représentative de  $f$  dans le plan rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$
- 3) Soit  $g$  la fonction définie sur l'intervalle  $I = [1, +\infty[$  par  $g(x) = (x - 1)e^x$   
a/ Montrer que  $g$  réalise une bijection de  $I$  sur un intervalle  $J$  que l'on déterminera 😊

b) Tracer la courbe  $(\Gamma)$  représentative de  $g^{-1}$  dans le même repère que  $(C)$

4) soit  $\alpha$  l'abscisse du point d'intersection des courbes  $(C)$  et  $(\Gamma)$ . (on ne cherchera

pas à déterminer  $\alpha$

a) Calculer l'aire  $A(\alpha)$  de la partie de plan limitée par  $(C)$  et les droites

d'équation  $y = 0$ ,  $x = 1$  et  $x = \alpha$

b) En déduire la valeur de l'intégrale  $I = \int_0^\alpha g^{-1}(x) dx$  en fonction de  $\alpha$