Prof : Oueslati Aymen Tél 27677722 2018-2019

Sujet de révision N°1 Bac science/ math/ technique

Exercice 1

- Soit la fonction f définie sur l'intervalle $]0,\pi[$ par : $f(x) = \ln(tg\frac{x}{2})$

1) Exprimer $f'(x)$ en fonction de $tg\frac{x}{2}$ puis étudier les variations de f

2) Montrer que f posséde une réciproque g dont on précisera le domaine de définition

3) Soit (C) et (C') les représentaion graphiques respectives de f et g dans un meme repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ du plan.

   a) Montrer que le point $I\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ est un centrede symétrie de la courbe (C)

   b) montrer que le point $I'\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ est un centre de symétrie de la courbe (C')

   c) Tracer (C) et (C') ainsi que leurs tangentes en I et I'

4) a / Montrer que la fonction g est dérivable et calculer $g'(x)$ en fonction de x

   b/ Calculer la valeur de l'intégrale: $A = \int_0^{\ln\sqrt{3}} \frac{dx}{e^x+e^{-x}}$

5) Soit la fonction G définie sur par $G(x) = \int_1^{e^x} \frac{dt}{1+t^2}$

a) Montrer que G est dérivable sur IR et calculer $G'(x)$

b) Montrer que $G(x) = \alpha g(x) + \beta$, α et β sont deux constantes que l'on précisera

c) Calculer les intégrales : $B = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dt}{1+t}$ et $C = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dt}{1+t^2}$

Exercice 2

-Pour tout entier naturel non nul on pose $U_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (tgx)^n \, dx$

1) Pour tout réel x de l'intervalle $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ et pour tout entier naturel n :

calculer la dérivée de la fonction $x \to (tgx)^{n+1}$

b) En déduire que pour tout entier naturel non nul n, on a :

$U_n + U_{n+2} = \frac{1}{n+1}$ ☹

2) a) Montrer que ,pour tout entier naturel non nul n ,onb a : $U_n \geq 0$

En déduire qu $U_n \leq \dfrac{1}{n+1}$