Sujet de révision N°1 Bac science/ math/ technique

Exercice 1

- Soit la fonction f définie sur l'intervalle $]0,\pi[$ par : $f(x) = \ln(tg\frac{x}{2})$

1) Exprimer $f'(x)$ en fonction de $tg\frac{x}{2}$ puis étudier les variations de f

2) Montrer que f posséde une réciproque g dont on précisera le domaine de définition

3) Soit (C) et (C') les représentaion graphiques respectives de f et g dans un meme repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ du plan.

   a) Montrer que le point $I\left(\frac{\pi}{2},0\right)$ est un centrede symétrie de la courbe (C)
   b) montrer que le point $I'\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ est un centre de symétrie de la courbe (C')
   c) Tracer (C) et (C') ainsi que leurs tangentes en I et I'

4) a / Montrer que la fonction g est dérivable et calculer $g'(x)$ en fonction de x

   b/ Calculer la valeur de l'intégrale: $A = \int_0^{\ln\sqrt{3}} \frac{dx}{e^x+e^{-x}}$

5) Soit la fonction G définie sur par $G(x) = \int_1^{e^x} \frac{dt}{1+t^2}$

a) Montrer que G est dérivable sur IR et calculer $G'(x)$

b) Montrer que $G(x) = \alpha g(x) + \beta$, α et β sont deux constantes que l'on précisera

c) Calculer les intégrales : $B = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dt}{1+t}$ et $C = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dt}{1+t^2}$

Exercice 2

-Pour tout entier naturel non nul on pose $U_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (tgx)^n\, dx$

1) Pour tout réel x de l'intervalle $\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$ et pour tout entier naturel n :

calculer la dérivée de la fonction $x \to (tgx)^{n+1}$

b) En déduire que pour tout entier naturel non nul n, on a :

$U_n + U_{n+2} = \frac{1}{n+1}$

2) a) Montrer que , pour tout entier naturel non nul n , onb a : $U_n \geq 0$

En déduire qu $U_n \leq \frac{1}{n+1}$

b) $Calculer\ alors\ \lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

3) $Soit\ g\ la\ fonction\ définie\ sur\ \left[\!\left[0, \frac{\pi}{4}\right]\!\right]\ par\ g(x) = ln(cosx)$

a) $Calculer\ g'(x)$

b) $En\ déduire\ U_1\ et\ U_2$

Exercice 2 😉

- $L'espace\ \mathcal{E}\ étant\ rapporté\ à\ un\ repére\ orthonormé\ (O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})\ on\ donne$

$$les\ points\ A(-1,-1,1),\quad B\ (3,2,-1)\ et\ C(1, \frac{1}{2}, 1)$$

1- a) $Montrer\ que\ les\ points\ A, B\ et\ C\ ne\ sont\ pas\ aligés$

b) $Vérifier\ qu'une équation\ cartésienne\ du\ plan\ P\ défini\ par\ les\ points$
$A, B\ et\ C\ est :\ 3x - 4y - 1 = 0$

2) $Soit\ m\ un\ réel\ on\ considére\ l'ensemble\ Sm\ des\ points\ M(x, y, z)\ de\ \mathcal{E}\ tels\ que :$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2mx - 2(m+1)y + m^2 + 2m = 0$$

a) $Montrer\ que\ Sm\ est\ une\ sphére\ dont\ on\ précisera\ en\ fonction\ de\ m$
$le\ rayon\ Rm\ et\ les\ coordonnés\ de\ centre\ Im$

b) $déterminer\ l'ensemble des\ points\ Im\ lorsque\ M\ décrit\ IR$ 😉

3) a) $Etudier\ suivant\ les\ valeurs\ de\ m\ la\ position\ rélative\ de\ la\ sphére\ Sm\ et\ P$

b)

$Montrer\ que\ l'intersection de\ la\ sphére\ S5\ et\ P\ est\ un\ cercle\ dont\ on\ précisera\ le\ centr\ et\ le\ rayon$

b) Calculer alors $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

3) Soit g la fonction définie sur $\left[\!\left[0,\frac{\pi}{4}\right]\!\right]$ par $g(x) = \ln(\cos x)$

a) Calculer $g'(x)$

b) En déduire U_1 et U_2

Exercice 2 😊

- L'espace $\mathcal{E}$ étant rapporté à un repére orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ on donne les points $A(-1,-1,1)$, $B(3,2,-1)$ et $C(1,\frac{1}{2},1)$

1- a) Montrer que les points A , B et C ne sont pas aligés

b) Vérifier qu'uneéquation cartésienne du plan P défini par les points A , B et C est : $3x - 4y - 1 = 0$

2) Soit m un réel on considére l'ensemble Sm des points $M(x,y,z)$ de $\mathcal{E}$ tels que :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2mx - 2(m+1)y + m^2 + 2m = 0$$

a) Montrer que Sm est une sphére dont on précisera en fonction de m le rayon Rm et les coordonnés de centre Im

b) déterminer l'ensembledes points Im lorsque M décrit IR 😊

3) a) Etudier suivant les valeurs de m la position rélative de la sphére Sm et P

b)

Montrer que l'intersectionde la sphére $S5$ et P est un cercle dont on précisera le centr et le rayon

Sujet de révision N°1 Bac science/ math/ technique

Exercice 1 😊

- *Soit la fonction f définie sur l'intervalle* $]0,\pi[$ *par :* $f(x) = ln(tg\frac{x}{2})$

1) *Exprimer* $f'(x)$ *en fonction de* $tg\frac{x}{2}$ *puis étudier les variations de* f

2) *Montrer que* f *posséde une réciproque* g *dont on précisera le domaine de définition*

3) *Soit* (C) *et* (C') *les représentaion graphiques respectives de* f *et* g *dans un meme repère orthonormé* $(O,\vec{i},\vec{j})$ *du plan.*

   a) *Montrer que le point* $I\left(\frac{\pi}{2},0\right)$ *est un centrede symétrie de la courbe* (C)
   b) *montrer que le point* $I'\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ *est un centre de symétrie de la courbe* (C')
   c) *Tracer* (C) *et* (C') *ainsi que leurs tangentes en* I *et* I'

4) a / *Montrer que la fonction* g *est dérivable et calculer* $g'(x)$ *en fonction de* x

   b/ *Calculer la valeur de l'intégrale:* $A = \int_0^{ln\sqrt{3}} \frac{dx}{e^x+e^{-x}}$

5) *Soit la fonction* G *définie sur par* $G(x) = \int_1^{e^x} \frac{dt}{1+t^2}$

a) *Montrer que* G *est dérivable sur IR et calculer* $G'(x)$

b) *Montrer que* $G(x) = \alpha g(x) + \beta$, α *et* β *sont deux constantes que l'on précisera*

c) *Calculer les intégrales :* $B = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dt}{1+t}$ *et* $C = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dt}{1+t^2}$

Exercice 2 😊

-*Pour tout entier naturel non nul on pose* $U_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (tgx)^n\,dx$

1) *Pour tout réel* x *de l'intervalle* $\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$ *et pour tout entier naturel* n :

calculer la dérivée de la fonction $x \to (tgx)^{n+1}$

b) *En déduire que pour tout entier naturel non nul* n, *on a* :

$U_n + U_{n+2} = \frac{1}{n+1}$ ☹

2) a) *Montrer que ,pour tout entier naturel non nul* n *, onb a :* $U_n \geq 0$

En déduire qu $U_n \leq \frac{1}{n+1}$