Devoir de contrôle N°2		
2018/2019	MATHEMATIQUES	Bac science
Mr BechirFehri		Durée : 2H

EXCERCICE N°1 :

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath}\vec{K})$, on considère les points : A(2,0,0) , B(0,0,2) et (0,2,0)

1/a- Montrer que le (ABC) est un plan dont une équation cartésienne est : x+y + z -2 = 0

b-calculer le volume du tétraèdre OABC.

2/ Montrer que le plan Q passant par le milieu du segment [AC] et perpendiculaire à la droite (BC) a pour équation cartésienne : y – z – 1 = 0

3/a- Montrer que Q est perpendiculaire à (ABC).

b- caractériser la droite Δ d'intersection des plan Q et (ABC)

4/Soit $\delta = \{M(x,y,z) \in \text{Etelque} x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 2z = 0\}$

a- Montrer que δ est la sphère de diamètre [BC].

b- Montrer que δ et Q sont sécants suivant un cercle φ que l'on caractérisera.

5/ soit δ' la sphère de centre O et contenant le cercle . Calculer le rayon de la sphère δ'.

EXCERCICE N°2 :

Soit f la fonction définie sur [0,1[par $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^4}}$. c'est sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$,

1/a- Dresser le tableau de variation de f .

b-Déterminer la position de C par rapport à Δ : y= x

c- Tracer Δ et C

2/ Soit F la fonction définie sur $[0,\frac{\pi}{2}[$ par $F(x) = \int_0^{\sqrt{\sin x}} f(t)dt$.

a- Montrer que F est continue sur $[0,\frac{\pi}{2}[$, dérivable sur $]0,\frac{\pi}{2}[$ et calculer F'(x)

b- En déduire que pour tout $x \in [0,\frac{\pi}{2}[$ on a $F(x) = \frac{x}{2}$

c- Trouver alors A de la partie du plan limitée par C et les droites d'équations :

d- $y = x$; $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

3/ soit $\Delta \in [\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}[$ .On pose $I(\lambda) = \int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\sqrt{\sin\lambda}} \frac{\sqrt{1-t^4}}{t^3}dt$.

a- A l'aide d'un intégration par partie calculer I (λ) .

b- Déterminer $\lim_{\lambda \to (\frac{\pi}{2})^-} I(\lambda)$.

EXCERCICE N°3 :

Soit (I_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $I_n = \int_0^1 \frac{x^{2n+1}}{1+x^2}dx$.

1/,Montrer que la suite (I_n) est décroissante et qu'elle est convergence .

2/ Calculer I_0 , $I_0 + I_1$ et en déduire I_1.

3/a- Montrer que pour tout n $\in\mathbb{N}$ $I_n + I_{n+1} = \frac{1}{2n+2}$

b- En déduire que pour tout n $\in\mathbb{N}$ $\frac{1}{4(n+1)} \leq I_n \leq \frac{1}{2(n+1)}$

c- En déduire la limite de I_n en $+\infty$.

4/ Soit tout pour tout n $\in \mathbb{N}^*$: $S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k+1}}{k}$.

a-Montrer par récurrence que tout n $\in \mathbb{N}^*$: $2(-1)^{n+1} I_n = S_n - ln2$

b- En déduire la limite de S_n en $+\infty$.

EXCERCICE N°4 :

I/ soit f la fonction définie sur] 0, 4 [par $f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{4x-x^2}}$ on désigne par C_f sa courbe dans un repère orthonormé (O,$\vec{\imath},\vec{\jmath}$).

1/ Montrer que f est dérivable sur] 0, 4 [et que $f'(x) = \frac{4}{(\sqrt{4x-x^2)}^3}$

2/ Dresser le tableau de variation de t

3/ Ecrire l'équation de la tangente T au point d'abscisse 2

4/ Montrer que f réalise une bijection de] 0, 4 [Sur un intervalle I que l'on précisera.

5/ Tracer C_f T et ${C_f}^{-1}$ dans la même repère .

6/ Δ: $y = x$ coupe C_f en un point d'abscisse $\propto$, 3 $<\propto<$ 4

Montrer que l'aire en de la partie du plan limitée par la courbe C_f T et ${C_f}^{-1}$ et les droites d'équation x= 0 et y=0 est égale à $\frac{\propto^3 \ -2\propto-4}{\propto}$

II/ On donne **g(x) 2 – 2cos x** n $\in[0,\pi]$

1/ Montrer que g réalise une bijection de $[0,\pi]$ sur un intervalle K que l'on précisera on note par G sa fonction réciproque .

2/ a- Montrer que G est dérivable sur]0,4[tel que $G'(x) = \frac{1}{\sqrt{4x-x^2}}$

b- Montrer que I(2, $\frac{\pi}{2}$) est un centre de symétrie de sa courbe de G

BONNE TRAVAIL