

Exercice N°1 :

Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = 2 - x + \frac{\ln x}{x}$

1/ calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

2/ soit la fonction g définie sur $]0, +\infty[$ par $g(x) = 1 - x^2 - \ln x$

a- Etudier le sens de variation de g

b- Calculer $g(1)$. En déduire le signe de g

3/ vérifier que pour tout x de $]0, +\infty[$, $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

4/ On désigne par C la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.

a- Montrer que la droite $\Delta : y = -x + 2$ est une asymptote à C

b- Etudier la position relative de C et Δ

c- Tracer C et Δ

Exercice N°2 :

A / Soit g la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $g(x) = x^2 - 2 + 2\ln x$

1/ Dresser le tableau de variation de g

2/ Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution x_0 appartenant à $[1, 2]$.

a- Donner une valeur approchée de x_0 à 10^{-1} près.

b- En déduire le signe de g sur $]0, +\infty[$.

3/ le plan est muni d'un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) .

a- Calculer l'aire de la partie du plan limitée par la courbe de g , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 2$ et $x = 3$

b- Calculer l'aire de la partie du plan limitée par la courbe de g , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = \frac{1}{3}$ et $x = 0.5$

B/ soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = x - 2 - \frac{2 \ln x}{x}$.

On désigne par C sa courbe dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1/ Montrer que pour tout $x > 0$, $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

2/ Dresser le tableau de variation de f

3/a- Montrer que C admet une asymptote D au voisinage de $+\infty$ dont on donnera une équation.

b- Etudier la position de C et D

c- Tracer C et D

Exercice N°3 :

1 / Soit g la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $g(x) = 2x\sqrt{x} - 3 \ln x + 6$

a- Etudier les variations de g sur $]0, +\infty[$.

b- En déduire le signe de g sur $]0, +\infty[$.

2 / Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = \frac{3 \ln x}{\sqrt{x}} + x - 1$. On désigne par C

sa courbe dans un repère orthogonal.

a- Déterminer les limites de f en 0 et $+\infty$.

b- Etudier les variations de f sur $]0, +\infty[$.

3/a- Montrer que C admet une asymptote D au voisinage de $+\infty$ dont on donnera une équation.

b- Etudier la position de C et D

d- Tracer C et D

Exercice N°4 :

Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = \frac{1 - \ln x}{x}$. On note C_f sa courbe dans un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1/ Dresser le tableau de variation de f

2/ Tracer C_f .

3/ Calculer l'aire de partie du plan limitée par C_f , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.

4/ Soit $C = (M(x, y) \text{ tels que } y = f(x) \text{ et } 1 \leq x \leq e)$ et S le solide obtenu par rotation de C autour de l'axe (Ox) .

a- A l'aide d'une intégration par partie, calculer $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx$ puis $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x^2} dx$.

b- En déduire le volume de S

Exercice N°5 :

On considère la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = (1 - \frac{1}{x})(\ln x - 2)$.

1/ Déterminer les limites de f en 0 et $+\infty$.

2/ Montrer que f est dérivable sur $]0, +\infty[$ et déterminer sa dérivée.

3/ Soit u la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $u(x) = \ln x + x - 3$.

a- Etudier les variations de u .

b- Montrer que l'équation $u(x) = 0$ possède une unique solution α appartenant à l'intervalle $[2.2, 2.21]$.

c- Etudier le signe de $u(x)$ sur $]0, +\infty[$.

4/a- Etudier les variations de f

b- Montrer que $f(\alpha) = \frac{(\alpha - 1)^2}{\alpha}$. En déduire un encadrement de $f(\alpha)$ d'amplitude 2×10^{-2}

5/ tracer la courbe de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .