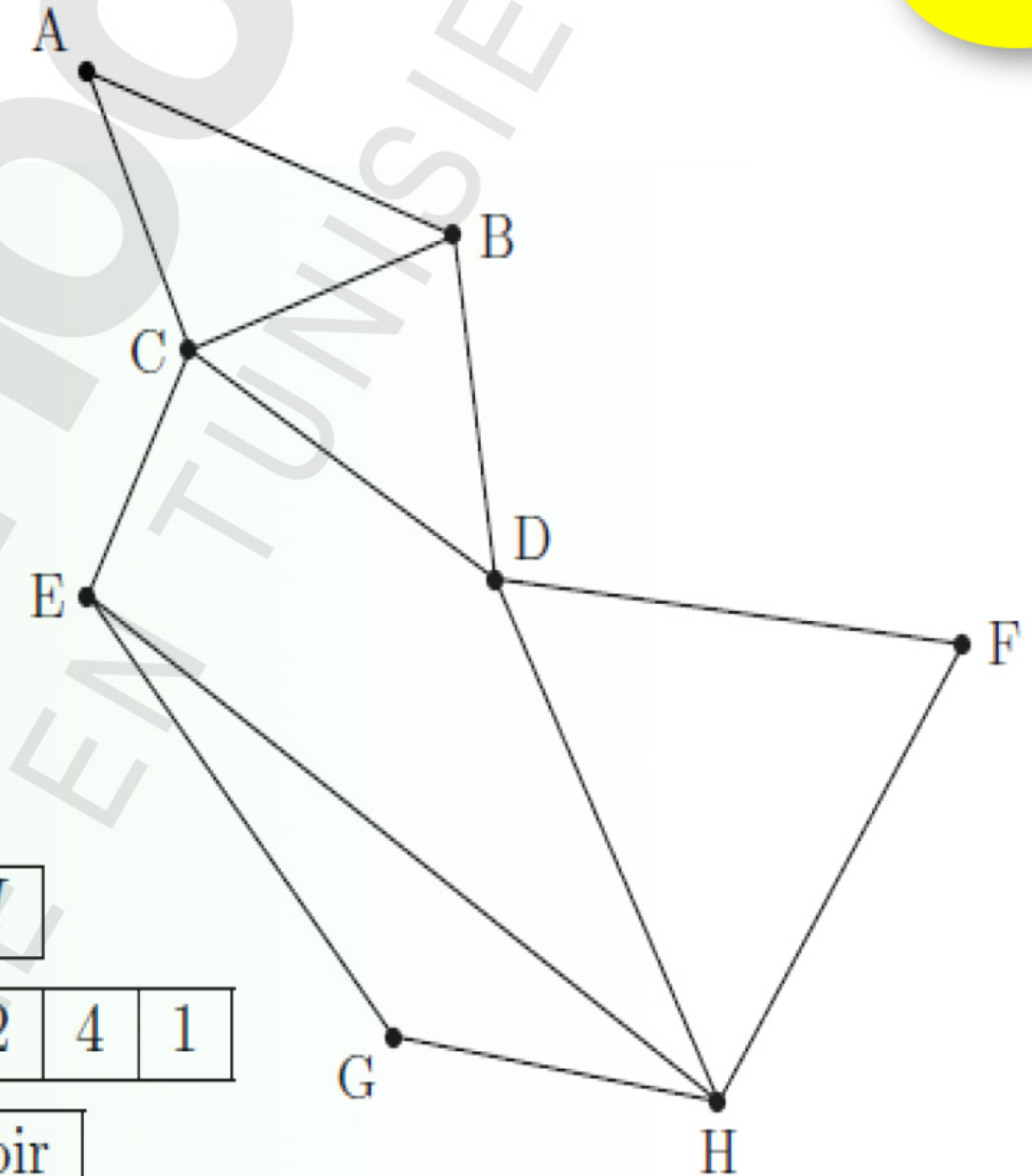




1 Exercice 1

soit le graphe G représenté ci contre :



1. quel est l'ordre de ce graphe?

12	8	4	13
----	---	---	----

2. combien a t-il d'arêtes?

12	8	4	13
----	---	---	----

3. quel est le degré du sommet C ?

12	8	4	13
----	---	---	----

4. quel sommet est de degré 1?

A	B	F	aucun
---	---	---	-------

5. quel sommet est adjacent au sommet D ?

A	E	G	H
---	---	---	---

6. combien de sommets sont adjacents au sommet H ?

3	2	4	1
---	---	---	---

7. le graphe est-il complet?

oui	non	on ne peut pas savoir
-----	-----	-----------------------

8. combien ajouter d'arêtes pour que le graphe soit complet?

0	3	15	16
---	---	----	----

9. quelle est la longueur de la chaîne $ABCDFH$?

0	2	5	6
---	---	---	---

10. quelle chaîne est fermée?

ABD	ACDB	ABACA	ABDCAB
-----	------	-------	--------

11. quelle chaîne est un cycle?

ABD	ACDB	ABACA	ABDCA
-----	------	-------	-------

12. combien de lignes la matrice d'adjacence M a t-elle?

8	9	12	13
---	---	----	----

13. combien de colonnes la matrice d'adjacence M a t-elle?

8	9	12	13
---	---	----	----

14. que vaut le coefficient m_{33} de la matrice d'adjacence M ?

0	1	4	on ne peut pas savoir
---	---	---	-----------------------

15. que vaut le coefficient m_{23} de la matrice d'adjacence M ?

0	1	4	on ne peut pas savoir
---	---	---	-----------------------

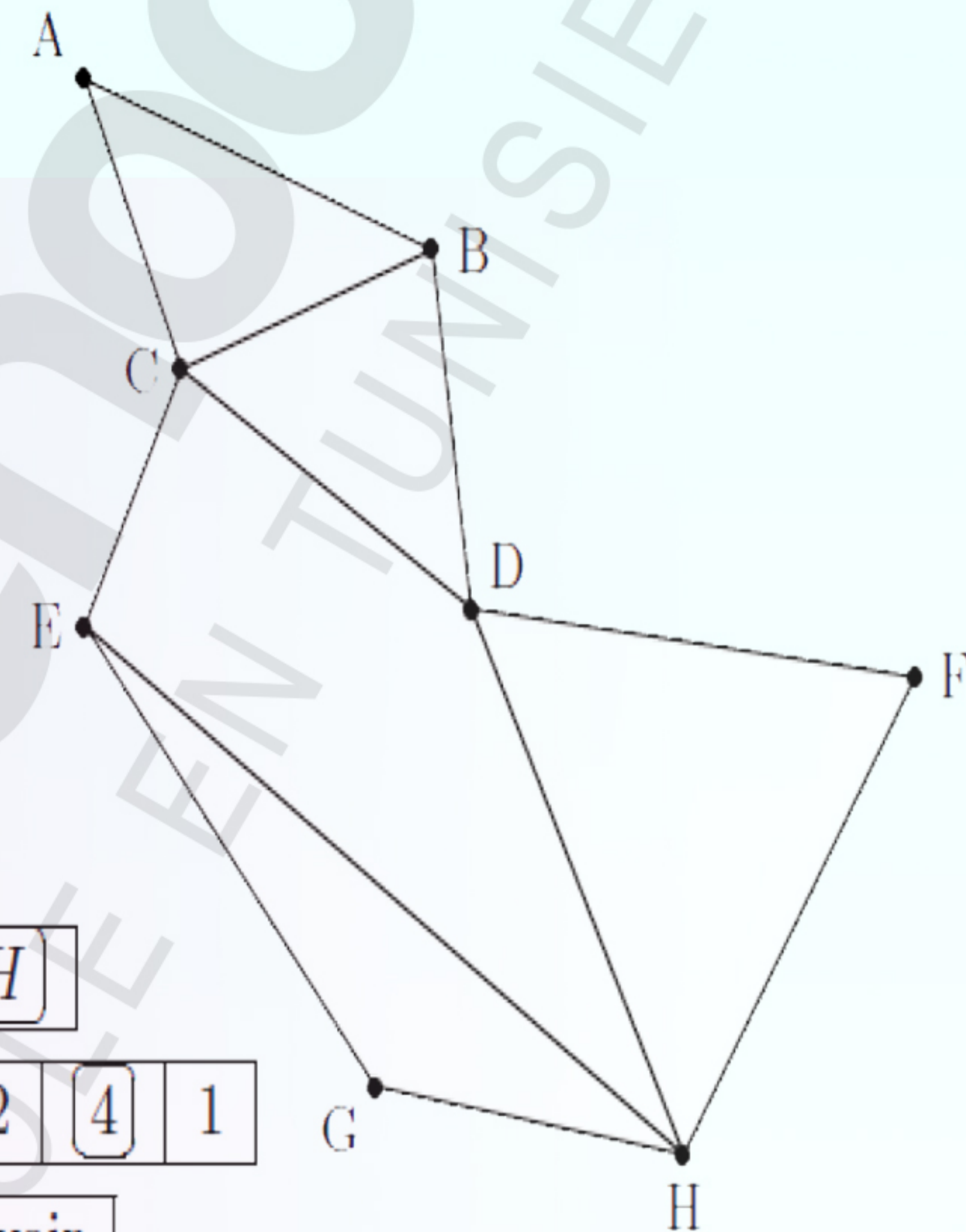
16. que vaut le coefficient M_{14}^2 de la matrice d'adjacence au carré M^2 ?

0	1	2	on ne peut pas savoir
---	---	---	-----------------------



1 corrigé 01

soit le graphe G représenté ci contre :



- quel est l'ordre de ce graphe ?
- combien a t-il d'arêtes ?
- quel est le degré du sommet C ?
- quel sommet est de degré 1 ?
- quel sommet est adjacent au sommet D ?
- combien de sommets sont adjacents au sommet H ?
- le graphe est-il complet ?
- combien ajouter d'arêtes pour que le graphe soit complet ?
- quelle est la longueur de la chaîne $ABCDFH$?
- quelle chaîne est fermée ?
- quelle chaîne est un cycle ?
- combien de lignes la matrice d'adjacence M a t-elle ?
- combien de colonnes la matrice d'adjacence M a t-elle ?
- que vaut le coefficient m_{33} de la matrice d'adjacence M ?
- que vaut le coefficient m_{23} de la matrice d'adjacence M ?
- que vaut le coefficient M_{14}^2 de la matrice d'adjacence au carré M^2 ?

2 corrigé 02

Sept agences de voyage Romaines proposent des visites de monuments et lieux touristiques : le Colisée, le Forum romain, le musée du Vatican et les Thermes de Caracalas.

Un même lieu ne peut être visité par plusieurs groupes de compagnies différentes le même jour. La première compagnie fait visiter uniquement le Colisée ; la seconde le Colisée et le



musée du Vatican ; la troisième les Thermes de Caracalas ; la quatrième le musée du Vatican et les Thermes de Caracalas ; la cinquième le Colisée et le Forum romain ; la sixième le Forum romain et les Thermes de Caracalas ; la septième le musée du Vatican et le Forum romain.

Ces agences peuvent-elles organiser les visites sur les trois premiers jours de la semaine ?

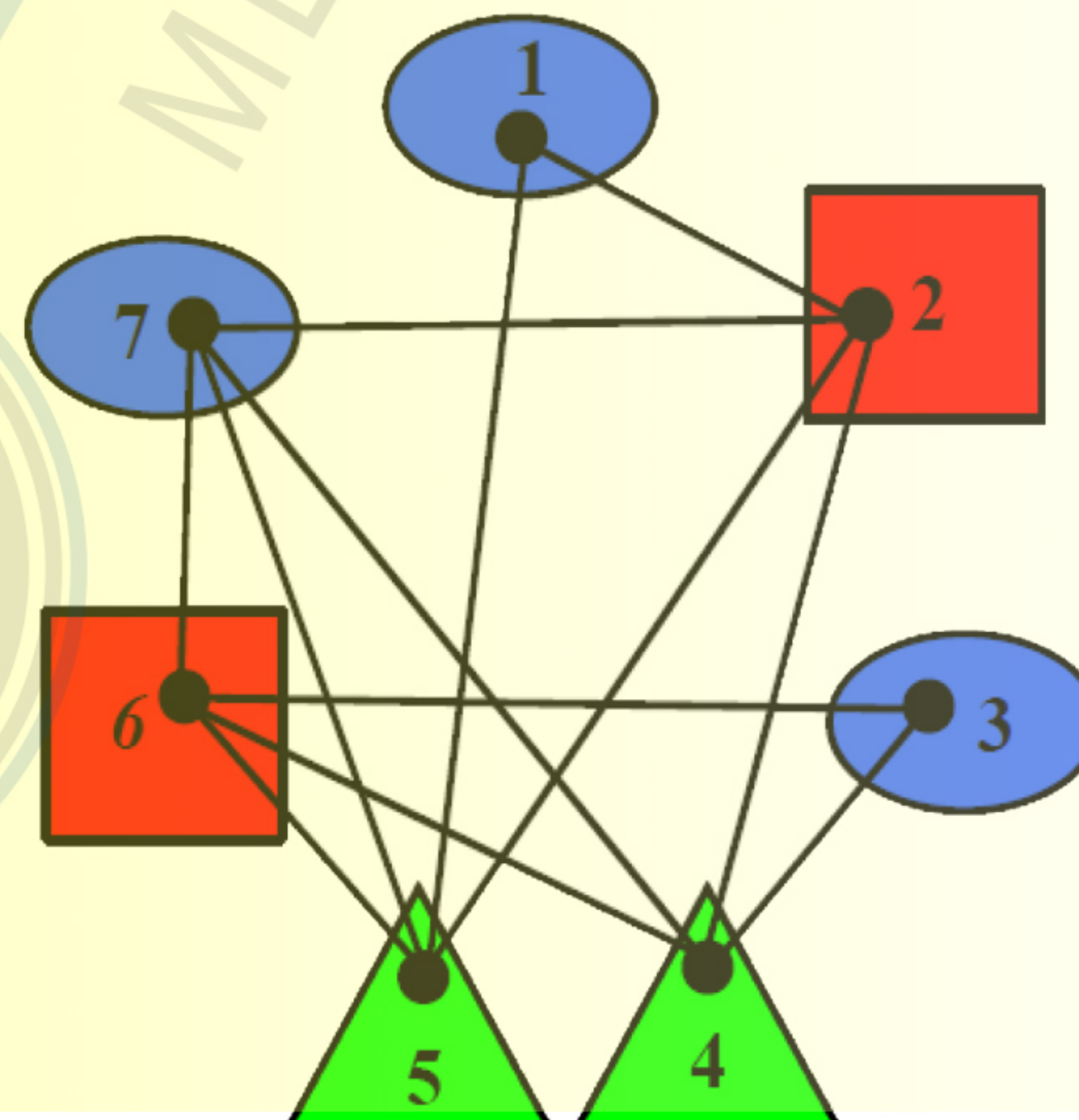
2 corrigé 02

Sept agences de voyage Romaines proposent des visites de monuments et lieux touristiques : Le Colisée, le Forum romain, Le musée du Vatican et les thermes de Caracalas.

Un même lieu ne peut être visité par plusieurs groupes de compagnies différentes le même jour. La première Compagnie fait visiter uniquement le Colisée ; la seconde le Colisée et le musée du Vatican ; la troisième les thermes de Caracalas ; la quatrième le musée du Vatican et les thermes de Caracalas ; la cinquième le Colisée et le Forum romain ; la sixième le Forum romain et les thermes de Caracalas ; la septième le musée du Vatican et le forum romain.

Ces agences peuvent-elles organiser les visites sur les trois premiers jours de la semaine ?

	Colisée	Forum	Vatican	Thermes
1	X			
2	X		X	
3				X
4			X	X
5	X	X		
6		X		X
7		X	X	





sommet	2	4	5	6	7	1	3
n° couleur	1	2	2	1	3	3	3

L'algorithme donne trois couleurs.

Le graphe contient un graphe complet d'ordre 3 : 1 2 5 : on ne pourra pas obtenir moins de trois couleurs.

Le nombre chromatique de ce graphe est donc 3.

3 Exercice3 graphe probabiliste , matrice de transition , état stable 😊

on souhaite étudier l'évolution des populations respectives dans les deux seules régions X et Y d'un pays P sachant que :

- _ la population est supposée rester constante pour les prochaines années
- _ au départ (année de rang 0) : 25% de la population du pays est dans la région X (donc 75% en Y)
- _ chaque année, la probabilité qu'un individu quelconque de la région X parte pour la région Y est de 5%
- _ chaque année, la probabilité qu'un individu quelconque de la région Y parte pour la région X est de 20%

1. représenter cette situation par un graphe probabiliste
2. donner la matrice de transition M ainsi que le vecteur ligne P_0 correspondant à l'état initial
3. donner l'état probabiliste à l'étape 1 puis 2 puis 20
4. que semble devenir l'état probabiliste quand n est de plus en plus grand ?
5. justifier que la suite (P_n) converge vers un état stable et déterminer cet état stable puis interpréter ce résultat dans le contexte

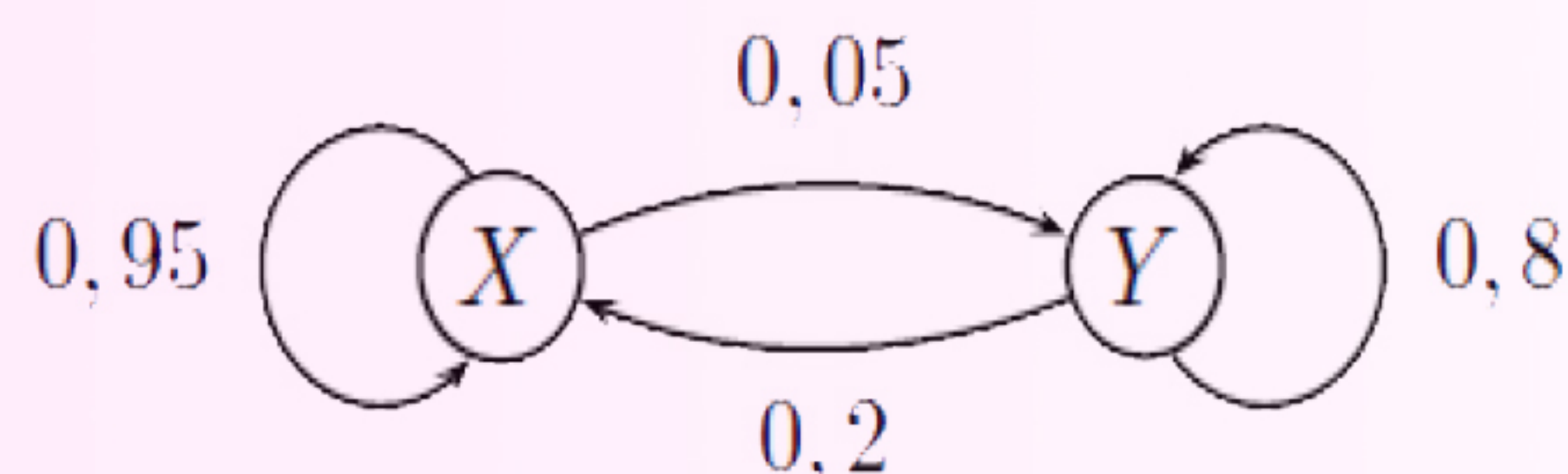
3 corrigé3

on souhaite étudier l'évolution des populations respectives dans les deux seules régions X et Y d'un pays P sachant que :

- _ la population est supposée rester constante pour les prochaines années
- _ au départ (année de rang 0) : 25% de la population du pays est dans la région X (donc 75% en Y)
- _ chaque année, la probabilité qu'un individu quelconque de la région X parte pour la région Y est de 5%
- _ chaque année, la probabilité qu'un individu quelconque de la région Y parte pour la région X est de 20%



1. représenter cette situation par un graphe probabiliste



2. donner la matrice de transition M ainsi que le vecteur ligne P_0 correspondant à l'état initial

$$M = \begin{pmatrix} 0,95 & 0,05 \\ 0,2 & 0,8 \end{pmatrix} \text{ état initial : } P_0 = (0,25; 0,75)$$

3. donner l'état probabiliste à l'étape 1 puis 2 puis 20

$$P_1 = P_0 \times M^1 = (0,3875; 0,6125)$$

$$P_2 = P_0 \times M^2 = (0,490625; 0,509375)$$

$$P_{20} = P_0 \times M^{20} = (\simeq 0,8; \simeq 0,2)$$

4. que semble devenir l'état probabiliste quand n est de plus en plus grand ?

il semble converger vers $(0,8; 0,2)$

5. justifier que la suite (P_n) converge vers un état stable et déterminer cet état stable puis interpréter ce résultat dans le contexte

M est la matrice de transition d'un graphe probabiliste G d'ordre 2

M ne comporte pas de 0

donc (propriété du cours), la suite (P_n) converge vers un état $P = (x; y)$ avec $x + y = 1$ qui vérifie

l'équation matricielle $P = P \times M$

il suffit de trouver P

$$P = P \times M \text{ et } x + y = 1 \iff \begin{cases} x = 0,95x + 0,2y \\ y = 0,05x + 0,8y \\ x + y = 1 \end{cases} \iff \begin{cases} 0,05x - 0,2y = 0 \\ 0,05x - 0,2y = 0 \\ x + y = 1 \end{cases} \iff \begin{cases} 0,05x - 0,2y = 0 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

ce qui équivaut aux système matriciel $AX = B$ avec $A = \begin{pmatrix} 0,05 & -0,2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

que l'on résoud à la calculatrice en calculant $X = A^{-1}B = \begin{pmatrix} 0,8 \\ 0,2 \end{pmatrix}$

on a donc : état stable = $P = (0,8; 0,2)$

ce qui se traduit par le fait, qu'à long terme, la répartition dans les deux villes se rapproche de 80% en X et 20% en Y