Exercice N°1

Soient les nombres complexes : $z_1 = (1+i)(\frac{-1+5i}{2})$; $z_2 = \frac{-9+7i}{2-3i}$ et $z_3 = 2(\frac{1+i}{1-i})$

1)Placer dans le plan complexe muni d'un R.O.N.D :$(O,\vec{u},\vec{v})$ les points $A(z_1)$; $B(z_2)$ et $C(z_3)$

2)Montrer que le triangle ABC est isocèle et rectangle.

3)a) déterminer l'affixe du milieu I du segment [BC]

b) Déterminer l'affixe du point D tel que ABCD soit un carré.

Exercice N°2

Dans le plan on considère les points A, B, C et D d'affixes respectives $z_A = 1+i$, $z_B = \sqrt{3} - i$, $z_D = 1 + i\sqrt{3}$ $z_C = \sqrt{3} + 1 + i(\sqrt{3} - 1)$

1)Ecrire z_A, z_B et z_D sous forme exponentielle.

2)a-Vérifier que $z_A.z_C = 2z_D$.

b-En déduire la forme exponentielle z_C.

c-Déduire alors les valeurs exactes de $\cos\frac{\pi}{12}$ et $\sin\frac{\pi}{12}$.

3)a-Montrer que le triangle OBD est isocèle en O.

b-Montrer que OBCD est un losange .

Exercice N°3

Dans le plan complexe P rapporté à un repère orthonormé direct :$(O,\vec{u},\vec{v})$ .On désigne par A, B et C les points d'affixes respectives $i, -1$ et 1

Soit l'application f du P dans P qui à tout point M d'affixe z on associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = \frac{z+1}{z-i}$ (z un nombre complexe diffèrent de i)

1)a- Déterminer l'affixe $z_{C'}$ du point C' image de point C par f.

b- Donner la forme exponentielle de $z_{C'}$.

2)a- Déterminer l'ensembles des points M tels que z' soit réel.

b- Déterminer l'ensemble de point M tel qui z' soit imaginaire pure.

3)a- Montrer que pour tout $z \neq i$ on a : $OM' = \frac{BM}{AM}$.

b- Déterminer l'ensemble des point M' lorsque M décrit la médiatrice de segment [AB].

4)a- Montrer qui $|(z'-1)(z-i)| = \sqrt{2}$.

b- En déduire l'ensemble des points M' lorsque le point M décrit le cercle de centre A est de rayon $\sqrt{2}$.

Exercice N°4

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct :$(O,\vec{u},\vec{v})$,On désigne par A et B les points d'affixes respectives i et 2. A tout point M du plan d'affixe z ($z \neq 2$) on associer le point M' d'affixe z' définie par $z' = \frac{z-i}{iz-2i}$

1)a) Montre que $|z'| = \frac{AM}{BM}$

b) en déduire que si M décrit la médiatrice de [AB] ; le point M' décrit un cercle.que l'on précisera

2) On suppose que $z \neq i$ et $z \neq 2$

a) Montre que $\left(\vec{U},\overrightarrow{OM'}\right) = \left(\overrightarrow{BM},\overrightarrow{AM}\right) - \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, (aveck $\in \mathbb{Z}$)

b) En déduire que si M appartient à la droite (AB) ; le point M'appartient à une droite que l'on déterminera.

Exercice N°5

$(O,\vec{u},\vec{v})$ un R.O.N.D soient A(i) et $B(i\sqrt{3})$

Soit $f: P\backslash\{B\} \to P$; M (z) → M'(z') telque $z' = \frac{z-i}{z-i\sqrt{3}}$

1)dans cette question ; on prend $z = 1$.

a) donner la forme algébrique et trigonométrique de z' .

b) déduire les valeurs exactes de $\cos(\frac{\pi}{12})$ et $\sin(\frac{\pi}{12})$.

c) Trouver que $(z')^{2010} \in (i\mathbb{R})$.

2)déterminer l'ensemble E des points $M(z)$ tel que $|z'|=1$.

3)a) Montrer que pour tout $z \in \mathbb{C}\{ i\ ;\ i\sqrt{3} \}$, on a $\arg(z') \equiv (\overrightarrow{MB},\overrightarrow{MA})[2\pi]$.

b)soit l'ensemble F = {M(z) tel que z' est un réel non nul}. Déterminer l'ensemble F.

Exercice N°6

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

On considère les points A et B d'affixes respectifs $z_A = \sqrt{3} + i$ et $z_B = -1 + i\sqrt{3}$.

1)a) Ecrire sous forme exponentielle z_A et z_B.

b) Placer les points A et B dans le repère.

c) Ecrire $\frac{z_B}{z_A}$ sous forme exponentielle.

d) déduire que OAB est un triangle rectangle et isocèle en O.

e) Déduire l'affixe du point C pour que le quadrilatère OACB soit un carré.

2) Soit un point M d'affixe $Z_M = 1 + e^{2i\theta}$ ou $\theta \in \left[0,\frac{\pi}{2}\right[$.

a) montre que $Z_M = 2\cos\theta\, e^{2i\theta}$ puis vérifier que c'est son écriture sous forme exponentielle.

b) Déterminer la valeur de θ pour que M appartient au cercle de centrer O et de rayon1.